Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

MATHÉMATIQUES

SUR LE PROBLÈME DE GOLDBACH

Par N. CUDAKOV (N. TCHUDAKOFF)

(Présenté par I. M. Vinogradow, de l'Académie, le 21. X. 1937)

Un nombre pair sera appellé «irrégulier», s'il ne peut pas être présenté comme une somme de deux nombres premiers.

Désignons par $\nu(x)$ le nombre des nombres «irréguliers» pairs $\leqslant x$.

On prouve dans cette note que:

$$\nu(x) = O\left(\frac{x}{(\lg x)^A}\right),$$

où A est un nombre positif quelconque.

Démonstration. Il suffit de démontrer ce théorème pour les nombres «irréguliers» tels que

$$T(n) \leqslant (\lg x)^{A+1}, \qquad (A > 1) \qquad (1)$$

où $T(n)$ est le nombre des diviseurs de n.

En effet, le nombre de tous les nombres $\leqslant x$ pour lesquels la condition (1) n'est pas remplie est de l'ordre

$$O\left(\frac{x}{(\lg x)^A}\right).$$

Posons:

$$\left.\begin{aligned} &S = \sum_{p \leqslant x} e^{2\pi i p\alpha}; \quad \Phi_{a,q} = \frac{\mu(q)}{\varphi(q)} \sum_{n=2}^{x} \frac{e^{2\pi i n\left(\alpha - \frac{a}{q}\right)}}{\lg n}; \\ &S^2 = \sum_{n \leqslant 2x} a_n e^{2\pi i n\alpha}; \quad F = \sum_{\substack{q \leqslant (\lg x)^{2A} \\ (a,\, q)=1}} \Phi_{a,q}^2 = \sum_{n=4}^{2x} b_n e^{2\pi i a n}; \\ &b_n = \gamma_n \sum_{q \leqslant (\lg x)^{2A}} \frac{\mu^2(q)}{\varphi^2(q)} \sum_{(a,\, q)=1} e^{-2\pi i \frac{a}{q} n}; \quad \gamma_n = \sum_{n'+n''=n} \frac{1}{\lg n' \lg n''} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

où p désigne un nombre premier.

Il est facile de s'assurer que

$$\gamma_n > c_1 \frac{n}{\lg^2 n}. \tag{3}$$

En suite, en répétant les raisonnements (1) déjà connus, nous voyons que si la condition (1) est remplie, nous avons:

$$\left| \sum_{q \leqslant (\lg x)^{2A}} \frac{\mu^2(q)}{\varphi^2(q)} \sum_{(a,\ q)=1} e^{-2\pi i \frac{a}{q} n} \right| > c_2 > 0 \tag{4}$$

pour $n > c_3$.

Les expressions (3) et (4) nous donnent:

$$|b_n| > c_4 \frac{n}{(\lg n)^2} \tag{5}$$

si $n > c_3$.

Ensuite nous divisons l'intervalle (0,1) en parties en prenant pour points de divisions les médiantes de la série de Farey:

$$\frac{a}{q};\ (a,\ q) = 1;\ \ q \leqslant x(\lg x)^{-4A}. \tag{6}$$

c_{aq} est l'intervalle dans lequel se trouve le point $\frac{a}{q}$.

1. En nous appuyant sur un résultat bien connu de Siegel (2) nous pouvons démontrer facilement que

$$\sum_{\substack{q \leqslant (\lg x)^{4A} \\ (a,\ q)=1}} \int_{c_{aq}} |s^2 - \psi_{aq}^2|^2 \, d\lambda \ll \frac{x^3}{(\lg x)^A}. \tag{7}$$

On peut appliquer un théorème bien connu de Vinogradow (3) pour tous les autres intervalles.

Il en résulte que

$$\sum_{\substack{q > (\lg x)^{4A} \\ (a,\ q)=1}} \int_{c_{aq}} |s|^4 \, d\lambda \ll x^2 (\lg x)^{-A+1} \int_0^1 |s|^2 \, d\lambda \ll x^3 (\lg x)^{-A}. \tag{8}$$

On sait que la longueur de c_{aq} est plus petite que $(xq)^{-1}(\lg x)^{4A}$, donc:

$$\sum_{\substack{q > (\lg x)^{4A} \\ (a,\ q)=1}} \int_{c_{aq}} |\psi_{aq}|^4 \, d\lambda \ll \sum_{\substack{q > (\lg x)^{4A} \\ (a,\ q)=1}} \frac{(\lg x)^{4A}}{xq} \frac{1}{\varphi^4(q)} \frac{x^4}{(\lg x)^4} \ll$$

$$\ll (\lg x)^{4A} x^3 \sum_{q > (\lg x)^{4A}} \frac{1}{q^4} \ll x^3 (\lg x)^{-A}. \tag{9}$$

Les expressions (8) et (9) donnent:

$$\sum_{\substack{q > (\lg x)^{4A} \\ (a,\ q)=1}} \int_{c_{aq}} |s^2 - \psi_{aq}^2|^2 \, d\lambda \ll \sum_{\substack{q > (\lg x)^{4A} \\ (a,\ q)=1}} \int_{c_{aq}} \{ |s|^4 + |\psi_{aq}|^4 \} \, d\lambda \ll$$

$$\ll x^3 (\lg x)^{-A}. \tag{10}$$

Les expressions (7) et (10) donnent:

$$\sum_{c_{aq}} \int_{c_{aq}} |s^2 \psi_{aq}^2|^2 \, d\lambda \ll x^3 (\lg x)^{-A}. \tag{11}$$

2. Il est évident que

$$\sum_{c_{aq}} \int_{c_{aq}} |F - \psi_{aq}^2|^2 \, d\lambda \ll (\lg x)^{4A} \sum_{c_{aq}} \sum_{a'q'}{}' \int_{c_{aq}} |\psi_{a'q'}|^4 \, d\lambda + \\ + \sum_{q > (\lg x)^{2A}} \int_{c_{aq}} |\psi_{aq}|^4 \, d\alpha \tag{12}$$

(le signe $'$ indique que le membre $|\psi_{aq}|^4$ est omis).

Mais

$$\sum_{c_{aq}} \sum_{a'q'}{}' \int_{c_{aq}} |\psi_{a'q'}|^4 \, d\lambda \ll \sum_{a,\ q,\ a'q'}{}' \frac{q^4 q'^4}{\varphi^4(q')\,(aq' - a'q)^4} \cdot \frac{(\lg x)^{4A}}{qx}.$$

Comme pour un s donné l'équation

$$s = aq' - a'q$$

n'a pas plus de

$$\ll (\lg x)^{4A} \frac{x}{(\lg x)^{4A}} \ll x$$

solutions, on trouve

$$\sum_{c_{aq}} \sum_{a'q'}{}' \int_{c_{aq}} |\psi_{a'q'}|^4 \, d\lambda \ll x^3 (\lg \lg x)^4 (\lg x)^{-8A}. \tag{13}$$

Donc

$$\sum_{\substack{q > (\lg x)^{2A} \\ (a,\ q)=1}} \int_{c_{aq}} |\psi_{aq}|^4 \, d\lambda \ll \sum_{\substack{q > (\lg x)^{2A} \\ (a,\ q)=1}} \frac{1}{\varphi^4(q)} \cdot \frac{x^3 (\lg x)^{4A}}{(\lg x)^4 q} \ll \\ \ll x^3 (\lg x)^{4A} \sum_{q > (\lg x)^{2A}} \frac{1}{q^4} \ll x^3 (x \lg x)^{-2A}. \tag{14}$$

Les expressions (12), (13) et (14) donnent:

$$\sum_{c_{aq}} \int_{c_{aq}} |F - \psi_{aq}^2|^2 \, d\lambda \ll x^3 (\lg x)^{-A}. \tag{15}$$

Les expressions (11) et (15) donnent:

$$\int_0^1 |s^2 - F|^2 \, d\alpha \ll x^3 (\lg x)^{-A}. \tag{16}$$

Mais

$$\int_0^1 |s^2 - F|^2 \, d\lambda = \sum_{n \leqslant x} |a_n - b_n|^2.$$

Pour tous les nombres «irréguliers» $a_n = 0$; d'où

$$\sum_{(\mu)} |b_\mu|^2 \ll x^3 (\lg x)^{-A}, \tag{17}$$

où μ parcourt tous les nombres «irréguliers» de l'intervalle $\left(\frac{x}{2}; x\right)$ qui peuvent satisfaire à la condition (1).

Les expressions (17) et (15) donnent:

$$Nc_4 \frac{x^2}{(\lg x)^4} \ll x^3 (\lg x)^{-A} \quad \text{c'est-à-dire,} \quad N \ll x (\lg x)^{-A+4}, \tag{18}$$

où N est le nombre des valeurs de μ.

En faisant des raisonnements analogues pour les intervalles

$$\left(\frac{x}{2}; \frac{x}{4}\right), \ \ldots, \ \left(\frac{x}{2^p}; \sqrt{x}\right),$$
$$2^p \leqslant \sqrt{x} \leqslant 2^{p+1},$$

nous nous assurons que le nombre de tous les nombres irréguliers dans l'intervalle $(1, x)$ n'est pas plus grand que

$$\sqrt{x} + x (\lg x)^{-A+5} \ll x (\lg x)^{-A+5}, \tag{19}$$

ce qui prouve notre théorème.

Ainsi presque tous les nombres pairs sont réguliers.

Institut mathématique V. A. Stekloff.
Académie des Sciences de l'URSS.
Moscou.

Manuscrit reçu
le 21. X. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] E. Landau, Vorlesungen, Bd. I, S. 226. [2] A. Walfisz, M. Z., **40** (1936).
[3] I. Vinogradow, Rec. Math., **2 (44)**, № 2.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

MATHEMATIK

ÜBER DIE VERBIEGUNG VON ROTATIONSFLÄCHEN NEGATIVER KRÜMMUNG MIT EINEM SINGULÄREN PUNKTE

Von W. LJUKSCHIN

(*Vorgelegt von I. M. Vinogradow, Mitglied der Akademie, d.10.X.1937*)

In der (z, r)-Ebene sei der Bogen OA einer analytischen Kurve mit überall positiver Krümmung gegeben; im Punkte $O(0, 0)$ bilde die Tangente mit der Achse Oz einen von Null verschiedenen Winkel, und im Punkte $A(z_0, r_0)$ stehe die Tangente senkrecht zu Oz. Die Kurve rotiere um die z-Achse; dann entsteht eine Fläche S von überall negativer Krümmung mit einem singulären Punkte an der einen Seite und einem parabolisch begrenzten Rande an der anderen.

Wir betrachten eine Schar derartiger Kurven mit einem Parameter $a > 0$:

$$r = r(z) = az + \varphi(z), \tag{1}$$

wo bekanntlich $r(z)$ sich im Punkte $z = z_0$ in eine im ganzen Intervall $[0, z_0]$ konvergierende Reihe nach Bruchpotenzen von $(z - z_0)$ entwickeln lässt:

$$r - r_0 = \alpha_1 (z_0 - z)^{\frac{1}{m}} + \alpha_2 (z_0 - z)^{\frac{2}{m}} + \dots, \tag{2}$$

m ist eine positive ganze Zahl; es sei ferner $\varphi(0) = \varphi'(0) = 0$, $\varphi''(0) > 0$, $\varphi'(z) > 0$, $\varphi''(z) > 0$, und im Punkte $z = z_0$ $\frac{dz}{dr} = 0$, wenn $\alpha_1 > 0$.

Wir untersuchen nach der Cohn-Vossenschen Methode [1] eine unendlich kleine Verbiegung erster Ordnung der Fläche S im Ganzen, d. h. wir suchen eine Fläche S_1 derart, dass für alle entsprechenden Linien der Flächen S_1 und S die Gleichung

$$ds_1^2 - ds^2 = 0 \tag{3}$$

bis auf eine unendlich kleine Grösse erster Ordnung des Verbiegungsparameters t gilt. Die Fläche S_1 stellen wir durch Gleichungen für Zylinderkoordinaten dar:

$$\begin{aligned} z_1 &= z + tZ(z, \varphi), \\ r_1 &= r(z) + tR(z, \varphi), \\ \varphi_1 &= \varphi + tV(z, \varphi), \end{aligned}$$

wo $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$ und Z, R, V die gesuchten Funktionen sind. Letztere betrachten wir als periodische Funktionen des Arguments φ; dann stellen wir jede durch eine Reihe

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} Z_{n1}(z) \cos n\varphi + Z_{n2}(z) \sin n\varphi,$$

dar—und analog auch für R und V.

Die Gleichung (3) wird durch ein System [siehe z. B. unsere Arbeit (2)] von sechs Gleichungen mit den unbekannten Funktionen: Z_{n1}, Z_{n2}, R_{n1}, R_{n2}, V_{n1}, V_{n2}, ersetzt, welches wiederum durch das System:

$$\left.\begin{aligned} r' R_n' + Z_n' &= 0, \\ (n^2-1) r' R_n + r R_n' + n^2 Z_n &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

ersetzt wird und schliesslich durch die Gleichung

$$r R_n'' + (n^2-1) r'' R_n = 0, \tag{5}$$

in welcher die Indizes $n1$, $n2$ durch den Index n ersetzt sind; die Endpunkte des Intervalls $z = 0$, $z = z_0$ sind singuläre Punkte der Differentialgleichung. Für alle z in $[0, z_0]$ haben wir reguläre Lösungen. Auf übliche Weise finden wir, dass $z = 0$ ein regulärer Punkt jeder Lösung der Gleichung (5) ist. Von den zwei partikulären Integralen entspricht nur das erste Integral

$$R_n(z) = b_0 z g(z), \tag{6}$$

wo $g(z)$ eine in $z = 0$ reguläre Funktion ist, und $g(0) = 1$, $b_0 \neq 0$, der Verbiegungsaufgabe. Das zweite Integral entspricht derselben aus dem Grunde nicht, weil die Funktionen V_{n2}, V_{n1} bei $z \to 0$ unbeschränkt wachsen, was unmöglich ist.

Aus dem System (4) finden wir: $Z_n(0) = 0$ ausserdem $R_n(0) = 0$; folglich bleibt der Punkt O bei der Verbiegung unbeweglich.

Zum Studium der Gleichung (5) und deren Lösungen im Punkte $z = z_0$ bedienen wir uns der Reihe (2), setzen $z_0 - z = y^m$, und die Gleichung (5) nimmt die Form:

$$r[yQ'' - (m-1)Q'] + (n^2-1)[-(m-1)r_y' + y r_{yy}''] Q = 0, \tag{7}$$

an, wo

$$Q(y) = R_n(z), \quad r = r_0 + \alpha_1 y + \alpha_2 y^2 + \ldots$$

Diese Gleichung vom Fuchsschen Typ hat reguläre Integrale in $y = 0$. Partikuläre Integrale suchen wir von der Form

$$Q(y) = y^c \sum_{k=0}^{\infty} \beta_k y^k, \quad \beta_0 \neq 0;$$

die determinierende Gleichung $c(c-m) = 0$ lässt zwei partikuläre Integralle zu, von denen nur das eine Integral

$$\overline{R}_n(z) = \beta_0 (z_0 - z)\, \bar{g}[(z_0 - z)^{\frac{1}{m}}] \tag{8}$$

die Verbiegungsaufgabe lösen kann.

Die gesuchte Lösung muss in den Endpunkten O, z_0 verschwinden. Die Lösungen (6) und (8) können für keinen Wert des Parameters a übereinstimmen.

Wir bringen die Gleichung (5) auf die Sturm-Liouvillesche Form:

$$R_n'' + G(z) R_n = 0, \quad G(z) = \frac{(n^2-1)\varphi''(z)}{az + \varphi(z)}. \tag{9}$$

Die Funktion $G(z) > 0$ und ist in $[0, z_0]$ stetig; an den Enden $[0, z_0]$ hat sie Pole von der Form:

$$G(z) = \frac{1}{z} f_1(z), \qquad G(z) = \frac{1}{(z_0 - z)^{\frac{2m-1}{m}}} \varphi_1(z),$$

wo $f_1(0) \neq 0$, $\varphi_1(z_0) \neq 0$. Wir haben folgende Sturmschen Sätze (3): 1) die Nullstellen zweier Integrale linearer gewöhnlicher Differentialgleichungen zweiter Ordnung, die linear voneinander unabhängig sind, folgen bekanntlich einander abwechselnd; 2) dass Oszillationstheorem wird für die Gleichung mit den singulären Punkten bei $z = 0$, $z = z_0$ verallgemeinert; man muss nur voraussetzen, dass, die Lösung, z. B. bei $z = z_0$, von der Form (8) ist; anstatt von der Variation $G(z)$ muss man von der Variation $f_1(z)$ oder $\varphi_1(z)$ sprechen; 3) die Lösung und ihre Ableitung sind stetige Funktionen von z und vom Parameter a; die Nullstellen der Lösung sind stetige Funktionen des Parameters a.

Vergleicht man die Gleichung (9) mit der Gleichung $S'' + \lambda^2 S = 0$, in der $\lambda = \text{const}$, so finden wir, dass die Lösungen (6) und (8) in $[0, z_0]$ beliebig viele Nullstellen haben, denn durch Zunahme von n kann man $G(z) > \lambda^2$ im ganzen Intervall $[0, z_0]$ machen. Nach Wahl eines bestimmten n vergrössern wir a und erhalten infolge des Sturmschen Theorems, dass die Nullstellen von $R_n(z)$ sich nach links verschieben, und die Nullstellen von $R_n(z)$—nach rechts.

Für jedes $n > 1$ existiert eine Reihe charakteristischer Zahlen $a = a^{(1)} < a^{(2)} < \ldots < a^{(k)}$, bei welchen die äusserste rechte Nullstelle von $R_n(z)$ bei der Verschiebung durch den Punkt $z = z_0$ hindurchgeht. Wir erhalten den folgenden Satz: «In der Kurvenschar (1) existiert eine abzählbare Menge solcher Kurven, deren Tangenten im Ursprunge die Winkelkoeffizienten $a^{(1)} < a^{(2)} < \ldots$ u. s. w. haben, und die Rotationsfläche einer jeden solchen Kurve mit einem konischen Punkte an der einen Seite und einem parabolischen Rande an der anderen lässt eine unendlich kleine Verbiegung erster Ordnung zu. Der singuläre Punkt bleibt unbeweglich und singulär (konisch); der Randkreis geht in eine gewisse Kurve auf dem Zylinder über, der diesen Kreis mit den zu der Drehungsachse parallelen Erzeugenden durchdringt.

Eingegangen
d. 10. X. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] S. Cohn-Vossen, Math. Annalen, **102** (1929). [2] W. S. Ljukschin, Recueil mathématique, **2 (44)**, 3 (1937). [3] M. Bôcher, Leçons sur les méthodes de Sturm (1917).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

MATHÉMATIQUES

SUR LES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DONT TOUTES LES SOLUTIONS SONT ANALYTIQUES

Par I. PETROVSKIJ (PETROWSKY)

(Présenté par S. N. Bernstein, de l'Académie, le 13. X. 1937)

En 1903 S. N. Bernstein (1) a résolu un des problèmes posés en 1900 par D. Hilbert au Congrès des Mathématiciens à Paris, en démontrant le théorème suivant. Soit

$$\Phi\left(x,\ y,\ u,\ \frac{\partial u}{\partial x},\ \frac{\partial u}{\partial y},\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y},\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0$$

une équation du type elliptique, Φ étant une fonction analytique (holomorphe) de ses arguments; toutes les solutions réelles de cette équation qui admettent des dérivées continues jusqu'au troisième ordre sont des fonctions analytiques de x et y. En 1928 H. Lewy (2) a démontré ce théorème sous la condition que u admet des dérivées continues jusqu'au quatrième ordre. Il a employé une méthode entièrement différente de celle de S. N. Bernstein: il a démontré que, pour prouver que u est une fonction analytique de x et y, il suffit de construire dans l'espace $(x + ix^*,\ y + iy^*)$ une fonction:

$$u(x, x^*, y, y^*) = u_{\text{réel}}(x, x^*, y, y^*) + iu_{\text{imag.}}(x, x^*, y, y^*)$$

qui satisfait par rapport a x et x^*, ainsi que par rapport a y et y^*, aux équations de Cauchy-Riemann et qui remplit de plus les conditions:

$$u_{\text{réel}}(x, 0, y, 0) = u(x, y), \quad u_{\text{imag.}}(x, 0, y, 0) = 0.$$

H. Lewy réduit ce dernier problème au problème de Cauchy pour un certain système hyperbolique d'équations différentielles. Il est essentiel pour la méthode de H. Lewy que l'équation ne contienne que les dérivées partielles de deux variables indépendantes: elle n'est pas applicable aux autres équations.

J'ai démontré le théorème suivant. Soit donné un système d'équations:

$$F_i(x_0, x_1, \ \dots\ , x_n;\ u_1, \ \dots\ , u_N;\ \dots) = 0 \quad (i = 1, 2, \ \dots\ , N); \qquad (1)$$

les fonctions F_j dépendent non seulement des arguments qui sont indiqués explicitement dans (1), mais encore des dérivées partielles par rapport à $x_0, x_1, \ \dots\ , x_n$ des fonctions $u_j (j = 1, 2, \ \dots\ , N)$ d'ordres ne

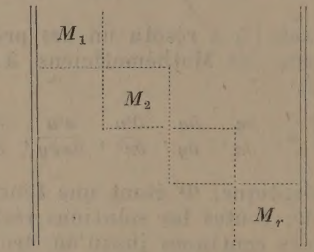
surpassant pas n_j. Nous supposons que dans un domaine, complexe par rapport à x_0, à tous les u_j et à leurs dérivées et réel par rapport à $x_1, x_2, \ldots, x_n$, les F_i sont des fonctions analytiques de x_0, des u_j et de leurs dérivées et qu'elles admettent par rapport à $x_1, x_2, \ldots, x_n$ des dérivées continues jusqu'à l'ordre

$$\operatorname{Max}\left\{2n+\left[\frac{n+1}{2}\right],\ n^*\right\}+\left[\frac{n+1}{2}\right]+7.^*$$

Supposons de plus que pour tout système de valeurs réelles de α_k, tel que $\sum \alpha_k^2 = 1$, la matrice

$$\left\| \sum_{(k)} \frac{\partial F_1}{\partial \left\{ \dfrac{\partial^{k_1+\cdots+k_n} u_j}{\partial x_0^{k_0} \ldots \partial x_n^{k_n}} \right\}} \alpha_0^{k_0} \alpha_1^{k_1} \ldots \alpha_n^{k_n} \right\|, \qquad (2)$$

(où la sommation $\sum_{(k)}$ est étendue à toutes les valeurs entières et positives de $k_0, k_1, \ldots, k_n$, dont la somme est égale à n_j) est de la forme



les éléments situés hors des matrices M_s étant identiquement nuls. Supposons encore que les premiers membres des équations (1) dépendent des dérivées des fonctions u_j ($j = N^{(s)}+1, N^{(s)}+2, \ldots, N^{(s+1)}$) (correspondant à la matrice M_s) seulement par rapport à $x_{0s} = x_0, x_{1s}, x_{2s}, \ldots, x_{ls}$.

Nous imposons alors la condition:

Pour tout système de valeurs réelles $\alpha_{0s} = \alpha_0, \alpha_{1s}, \ldots, \alpha_{ls}$, tel que $\sum_{k=0}^{l} \alpha_{ks}^2 = 1$, le déterminant de la matrice M_s est différent de zéro. En particulier la matrice M_s peut se réduire à un seul élément $\alpha_0^{n_j}$.

Ces conditions étant remplies, nous affirmons que dans un certain domaine toutes les solutions du système (1) qui admettent des dérivées continues par rapport à $x_0, x_1, \ldots, x_n$ jusqu'à l'ordre

$$\operatorname{Max}\left\{2n+\left[\frac{n+1}{2}\right],\ n^*\right\}+\left[\frac{n+1}{2}\right]+n^*+6$$

sont analytiques par rapport à x_0.**

Pour démontrer ce théorème nous plaçons, comme l'a fait H. Lewy, l'espace $(x_0, x_1, \ldots, x_n)$ dans l'espace $(x_0^*, x_0, x_1 \ldots, x_n)$ et définissons dans un certain domaine à $n+2$-dimensions des fonctions $u_{j\,\text{réel}}$ et $u_{j\,\text{imag}}$.

---

* $[x]$ désigne la partie entière de x; n^* désigne $\max\{n_1, n_2, \ldots, n_N\}$.

** Ici (et souvent dans la suite) pour abréger le langage, nous disons que «la solution est analytique par rapport à x_0», au lieu de dire que toutes les fonctions qui composent cette solution sont analytiques par rapport à x_0.

($j = 1, 2, \ldots, N$) telles que a) pour toute valeur de j les deux fonctions $u_{j\,\text{rée}}$ et $u_{j\,\text{imag.}}$ vérifient les équations de Cauchy-Riemann en x_0 et x_0^*; b) les fonctions $u_j = u_{j\,\text{réel}} + iu_{j\,\text{imag.}}$ coïncident pour $x_0^* = 0$ avec les solutions donnés u_j du système (1). Mais pour construire ces fonctions nous employons une méthode entièrement différente de celle de H. Lewy.

D'autre part, nous démontrons l'existence des solutions du système (1) qui ne sont pas analytiques par rapport à x_0, mais qui admettent des dérivées jusqu'à un ordre donné d'avance et aussi grand que l'on veut, sous les conditions qui suivent:

1) Il existe un système de valeurs réelles $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ pour lequel le déterminant de la marice (2) possède une racine c_0, réelle et différente de zéro.

2) Le déterminant mentionné n'est pas identiquement nul en $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n$.

3) Les équations (1) sont linéaires, à coefficients constants par rapport aux u_j ($j = 1, 2, \ldots, N$) et à leurs dérivées, les seconds membres étant des fonctions analytiques de $x_0, x_1, \ldots, x_n$. Avec quelques restrictions, analogues à celles qu'a fait E. Goursat dans la note II du second tome des «Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre», la même affirmation subsiste pour les systèmes non linéaires.

Si pour un système de valeurs réelles $\alpha_{1s}, \alpha_{2s}, \ldots, \alpha_{ls}$ ($l > 0$) dont l'une au moins est différente de zéro, le déterminant d'une des matrices M_s possède la racine $\alpha_0 = 0$, la question d'existence des solutions du système (1) qui ne soient pas analytiques par rapport à x_0 reste ouverte. On peut construire des systèmes possédant des solutions qui ne sont pas analytiques par rapport à x_0, mais qui sont dérivables autant de fois que l'on veut. D'autre part, on peut construire des systèmes du même type dont toutes les solutions sont analytiques par rapport à x_0.

Appelons *elliptiques* les systèmes (1) dont le déterminant de la matrice (2) est différent de zéro pour tout système de valeurs réelles $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n$, tel que $\sum \alpha_k^2 = 1$. Il suit des théorèmes énoncés que les F_i étant des fonctions analytiques de leurs arguments, toutes les solutions d'un tel système qui ont des dérivées continues jusqu'à un ordre suffisamment élevé sont des fonctions analytiques de $x_0, x_1, \ldots, x_n$. D'autre part, le système (1) possède certainement une solution qui n'est pas composée de fonctions analytiques de $x_0, x_1, \ldots, x_n$, si les conditions suivantes sont remplies:

1. Il existe un système de valeurs réelles $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n$ dont l'une au moins est différente de zéro et qui annule le déterminant de la matrice (2).

2. Ce déterminant ne s'annule pas identiquement pour toutes les valeurs de $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n$.

3. Les équations (1) sont linéaires, à coefficients constants par rapport aux u_j et à leurs dérivées, les second membres étant des fonctions analytiques de $x_0, x_1, \ldots, x_n$.

On peut prouver par des exemples que la condition 2 est essentielle.

Les systèmes elliptiques du type (1), dont les premiers membres sont analytiques, possèdent des propriétés qui ressemblent beaucoup à celles des systèmes de Cauchy-Riemann, et les propriétés de leurs solutions sont semblables aux propriétés des fonctions analytiques. Nous nous proposons de consacrer un mémoire spécial à l'étude de ces propriétés. Ici nous nous bornerons à faire les remarques suivantes.

Nous avons démontré que pour les systèmes elliptiques du type (1), tels que les F_i sont des fonctions analytiques de leurs arguments, toutes

les solutions qui possèdent un nombre suffisant de dérivées sont analytiques par rapport à $x_0, x_1, \ldots, x_n$. En vertu du théorème de S. Kowalewsky il en résulte que pour un système normal

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \Phi_i(t, x_0, x_1, \ldots, x_n; \quad u_1, u_2, \ldots, u_N) \quad (i = 1, 2, \ldots, N),$$

dans lequel les Φ_i sont des fonctions analytiques de tous leurs arguments, le problème de Cauchy admet toujours une solution unique, analytique par rapport à $x_0, x_1, \ldots, x_n$, si l'on prend pour valeurs initiales des fonctions u_i (pour $t = 0$), des solutions d'un système elliptique (1), dont les premiers membres sont analytiques. Donc, en ce qui concerne le problème de Cauchy pour des systèmes normaux dont les seconds membres sont analytiques, la propriété des données initiales de satisfaire à un système elliptique analytique est entièrement équivalente à la propriété de satisfaire par rapport à x_k et x_k^* $(k = 0, 1, 2, \ldots, n)$ à un système d'équations de Cauchy-Riemann.

Enfin, étant donnés deux solutions du problème de Cauchy pour un système normal dont les seconds membres sont analytiques, en supposant que les données initiales, ainsi que leurs dérivées d'ordres suffisamment élevées, diffèrent suffisamment peu et que ces données initiales satisfont à un même système analytique elliptique, on peut démontrer que ces deux solutions diffèrent entre elles suffisamment peu dans un domaine (réel) de l'espace $(t, x_0, x_1, \ldots, x_n)$ adjacent à la partie de l'hyperplan (réel) $(x_0, x_1, \ldots, x_n)$ dans laquelle les conditions initiales sont donnés. J. Hadamard [3] a montré que si l'on n'exige pas que les données initiales satisfassent à un système analytique elliptique, il peut arriver que cette affirmation n'âit plus lieu.

Institut Mathématique de
l'Université de Moscou.

Manuscrit reçu
le 13. X. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] Math. Annalen, **59**, 20—76. [2] Math. Annalen, **101**, 609—619. [3] J. Hadamard. Problème de Cauchy, 40—41 (1932).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

MATHEMATIK

ÜBER DIE GRENZLÖSUNGEN DER DIFFERENTIALGLEICHUNGEN VOM HYPERBOLISCHEN TYP MIT VARIABLEN KOEFFIZIENTEN FÜR DEN FALL VON ZWEI UNABHÄNGIGEN VERÄNDERLICHEN

Von J. G. METSCHWARISCHWILI

(Vorgelegt von I. M. Vinogradow, Mitglied der Akademie, d. 17. X. 1937)

S. L. Sobolew (1) schlägt eine neue Definition für den Begriff der Lösung einer Differentialgleichung vom hyperbolischen Typ vor. Er bezeichnet sie als Grenzlösung oder verallgemeinerte Lösung. Aus dieser Definition wird insbesondere auch die klassische Definition solcher Lösungen abgeleitet.

Die Definition der Grenzlösung bezw. der verallgemeinerten Lösung steht mit dem Begriff der starken Konvergenz im Zusammenhang.

Betrachten wir die integrierbare Funktion $U(x, y, t)$ und eine Folge von integrierbaren Funktionen $U_n(x, y, t)$ und bilden wir folgendes Integral über ein gewisses Gebiet des dreidimensionalen Raumes:

$$\iiint_D |U_n(x, y, t) - U(x, y, t)|\, dx\, dy\, dt.$$

Dieses Integral möge gegen Null konvergieren für $n \to \infty$. In einem solchen Fall sagt man, dass die Folge U_n im Gebiete D gegen U stark konvergiert.

Die Funktion $\overline{U}(x, y, t)$ heisst die Grenzlösung oder verallgemeinerte Lösung der Wellengleichung:

$$\square U \equiv \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \ (c = \text{const}), \qquad (1)$$

falls es möglich ist, eine Folge von Lösungen herzustellen, die gegen die Funktion $\overline{U}(x, y, t)$ stark konvergiert. Es ist klar, dass nicht jede integrierbare Funktion eine Grenzlösung bezw. verallgemeinerte Lösung sein könne.

S. L. Sobolew (1) stellt die Bedingung auf, die notwendig ist, damit die Funktion $\overline{U}(x, y, t)$ als Grenzlösung bezw. verallgemeinerte Lösung gelten kann.

Diese Bedingung wird durch folgende Gleichung dargestellt:

$$\iiint_G \overline{U}(x, y, t)\, \square V\, dx\, dy\, dt = 0, \qquad (2)$$

wo G ein Bereich ist, welcher vollständig in D liegt und von einer geschlossenen Fläche S begrenzt wird. Was die Funktion V anbetrifft, so ist sie bis an die Oberfläche S samt allen ihren Ableitungen erster und zweiter Ordnung stetig und verschwindet auf dieser Oberfläche samt allen Ableitungen erster Ordnung.

S. L. Sobolew hat bewiesen, dass die Bedingung (2) für ein beliebiges Bereich G und eine willkürliche Funktion V, deren erste Ableitungen nach den Koordinaten auf S verschwinden und deren zweite Ableitungen bis an S heran stetig sind nicht nur notwendig, sondern auch hinreichend ist, damit die Funktion $\overline{U}(x, y, t)$ eine Grenzlösung bezw. eine verallgemeinerte Lösung sei.

In diesem Zusammenhang taucht natürlich die Frage anf, ob diese Bedingung auch für den Fall der allgemeinen Gleichung mit variablen Koeffizienten notwendig und hinreichend sei.

In der vorliegenden Arbeit wird eine analoge Bedingung für den allgemeinen Fall mit zwei unabhängigen Variablen aufgestellt.

Zugleich wird bewiesen, dass die von S. L. Sobolew erhaltenen Resultate sich unmittelbar auf die nicht selbstadjungierten Gleichungen mit konstanten Koeffizienten und einer beliebigen Anzahl von Variablen, übertragen lassen.

Betrachten wir die Gleichung

$$LU - \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} - \left\{ a(x, y) \frac{\partial U}{\partial x} + b(x, y) \frac{\partial U}{\partial y} + c(x, y) U \right\} = 0. \tag{3}$$

Es ist leicht zu zeigen, dass die notwendige Bedingung dafür, dass die Funktion $U(x, y)$ eine verallgemeinerte Lösung sei, von der Form

$$\iint_G \overline{U}(x, y) L^* V \, dx \, dy = 0 \tag{4}$$

sein muss, wo L^* einen Operator bedeutet, welcher zu dem Operator L adjungiert ist.

Um zu beweisen, dass die erwähnte Bedingung hinreichend ist, betrachten wir die Funktion

$$K_n(x, y) = \frac{1}{I_n} \iint_{r^2 \leqslant \eta_n^2} \overline{U}(x_0, y_0) \, e^{\frac{r^2}{r^2 - \eta_n^2}} \, dx_0 dy_0,$$

wo I_n eine von n abhängige Grösse ist und $\lim \eta_n = 0$ für $n \to \infty$, und r den üblichen Abstand darstellt.

Ermitteln wir die Werte der Funktionen $K_n(x, y)$ auf den Charakteristiken der Gleichung (3).

Man hat:

$$\varphi_n(x, c_2) = \int_{S_1} \overline{U}(x, y) V_n(x_0, y_0; x, c_2) \, dx_0 dy_0,$$

$$\psi_n(c_1, y) = \int_{S_1} \overline{U}(x, y) V_n(x_0, y_0; c_1, y) \, dx_0 dy_0,$$

wo

$$V_n = \frac{1}{I_n} \begin{cases} e^{\frac{r^2}{r^2 - \eta_n^2}} & \text{für } r < \eta_n, \\ 0 & \text{für } r > \eta_n, \end{cases}$$

bedeutet und unter S_1 und S_2 Bereiche zu denken sind, welche entsprechend durch die Ungleichungen:

$$(c_1 - x_0)^2 + (y - y_0)^2 < \eta_n^2,$$
$$(x - x_0)^2 + (c_2 - y_0)^2 < \eta_n^2,$$

definiert sind.

Um die Folge der Lösungen der Gleichung (3) herzustellen, lösen wir die Aufgabe von Goursat (2) für diese Gleichung.

Die uns interessierende Lösung bezeichnen wir mit $U_n(x, y; c_1, c_2)$. Die Funktion $U_n(x, y; c_1, c_2)$ besitzt also die Eigenschaft, auf den Charakteristiken die Werte $\psi_n(c_1, y)$ und $\varphi_n(x, c_2)$ anzunehmen, falls $x = c_1$ und $y = c_2$ die Charakteristiken verschiedener Systeme sind.

Man kann beweisen, dass die auf diese Weise hergestellte Folge bestimmte Eigenschaften besitzt:

1. Bei einer entsprechenden Wahl der Konstanten $c_1 = c_1^*$ und $c_2 = c_2^*$ besitzt die Folge $U_n(x, y; c_1, c_2)$ fast überall einen bestimmtem Grenzwert, d. h.:

$$\lim_{n \to \infty} U_n(x, y; c_1^*, c_2^*) = H(x, y),$$

und zugleich

$$\left[\lim_{n \to \infty} U_n(x, y; c_1^*, c_2^*)\right]_{x=c_1^*} = \overline{U}(c_1^*, y),$$
$$\left[\lim_{n \to \infty} U_n(x, y; c_1^*, c_2^*)\right]_{y=c_2^*} = \overline{U}(x, c_2^*).$$

2. $U_n(x, y; c_1^*, c_2^*)$ ist gegen $H(x, y)$ stark konvergent:

$$\lim_{n \to \infty} \int_D \int |U_n(x, y; c_1^*, c_2^*) - H(x, y)| \, dx \, dy = 0.$$

Der Beweis für diese beiden Eigenschaften stützt sich auf folgenden Satz: für jeden messbaren Bereich $\mathcal{C}$ und fast für alle Werte von c_2 gilt folgende Grenzgleichung:

$$\lim_{n \to \infty} \int_{\mathcal{C}} U_n(x, c_2) \, dx = \int_{\mathcal{C}} \overline{U}(x, c_2) \, dx,$$

wo

$$U_n(x, c_2) = \frac{1}{I_n} \int_{S_1} \int \overline{U}(x_0, y_0) e^{\frac{r^2}{r^2 - \eta_n^2}} \, dx_0 dy_0.$$

Also:

$$\int_G \int H(x, y) L^* V \, dy \, dx = 0.$$

Man kann zeigen, dass die dargestellten Funktionen $H(x, y)$ und $\overline{U}(x, y)$ im Bereiche D identisch sind. Zu diesem Zwecke stellt man zwei Funktionen $\underline{H}(x, y)$ und $\underline{H}^*(x, y)$ her, von welchen die erste mit $H(x, y)$ und die zweite mit $\overline{U}(x, y)$ im Bereiche $A(x > c_1^*, y > c_2^*)$ zusammenfällt

und ausserhalb dieses Bereiches verschwindet. Es lässt sich ohne besondere Schwierigkeiten zeigen, dass die Funktionen $\underline{H}(x, y)$ und $\underline{H}^*(x, y)$ derselben Differentialgleichung im Funktionalraume genügen.

Man hat:

$$L\underline{H}(x, y) = \rho \text{ und } L\underline{H}^*(x, y) = \rho \ (^3). \tag{5}$$

Im Einklang mit dem Satz von S. L. Sobolew über die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung der Differentialgleichungen (5) im Funktionalraume, wenn das gesuchte Funktional ausserhalb des Bereiches $A(x > c_1^*, y > c_2^*)$ verschwindet, schliessen wir, dass

$$\underline{H}(x, y) = \underline{H}^*(x, y) \qquad \text{(in } A\text{)};$$

also

$$H(x, y) = \overline{U}(x, y) \qquad \text{(in } D\text{)}.$$

Da $H(x, y)$ den Grenzwert von $U_n(x, y; c_1^*, c_2^*)$ darstellt, so ist die Funktion $\overline{U}(x, y) = H(x, y)$ die Grenzlösung der Gleichung (3), womit die Behauptung bewiesen ist.

Mathematisches Institut.
Georgische Filiale der
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Tbilisi.

Eingegangen
d. 17. X. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] С. Л. Соболев, Тр. Мат. ин-та им. В. А. Стеклова, IX, I, 39 (1935). [2] Э. Гурса, Курс матем. анализа, т. III, ч. I стр. 114. [3] S. Soboleff, Recueil mathém., I (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

GEOPHYSICS

ON THE THEORY OF MONSOONS

By W. W. SHOULEJKIN, Corresponding Member of the Academy

III. THE IMPORTANCE OF THE SIZE AND SHAPE OF CONTINENTS AND SEAS

In the preceding parts of the theory of monsoons([1],[2]) the different elements of monsoon currents were investigated conformably to the circular shape of sea surrounded by an endless continent or to a circular continent surrounded by a limitless ocean. In the present paper we are trying in the first place to ascertain the quantitative connection between the dimension of the sea (or continent) and such important elements of the monsoon field as the maximum velocity of the wind or the characteristic difference of temperatures between the warmest point of the sea and the coldest point of the continent. Secondly we investigate the monsoon field conformably to various shapes of the coast differing considerably from the circular one.

On the ground of the equation (9) in the paper ([1]) the local anomaly of temperature τ is expressed by

$$\tau = N_1 \cdot \Theta. \qquad (1)$$

The letter N with various indexes will denote the coefficients; the origin of the latter may be easily expressed in another way, using the equation (14) of the paper ([1]) and the equation (18) of my work on the climate of the USSR and the atlantic waters([3]). It is only necessary to take into account the fact that in (18) the coefficient of the temperature conductivity in the «sizeless» system (K') is experessed through the coefficient of the heat conductivity k not by the usual formula, but by a somewhat different one: $K' = \frac{\rho \cdot k}{c \cdot \delta}$ where ρ denotes the line taken as a unit in ([1]) and equal to one third of the sea radius.

It is also indispensable to remember that in accordance with the notations in ([1]) one has to replace the letter q in the formula (18) of the paper ([3]) by the expression $\frac{dq}{\rho \cdot dr}$. Then it will be prove that

$$\tau = N_2 \cdot \frac{\partial (U^3)}{\partial r}. \qquad (2)$$

But the velocity U in any point is in right proportion with the maximum velocity $U_{\max}$. Consequently, according to ([2]) just obtained and to the correlation (10) of the paper ([1]):

$$\tau = N_3 \cdot \frac{\Theta^3}{\rho^2}. \qquad (3)$$

The comparison of (3) and (1) gives for the characteristic difference of temperatures Θ:

$$\Theta = N_4 \cdot \rho^{\frac{3}{2}}, \tag{4}$$

and after the comparison of (4) with the equation (10) of the paper (1):

$$U_{\max} = N_5 \cdot \sqrt{\rho}. \tag{5}$$

Thus the characteristic difference of temperatures Θ grows proportionally to the $^3/_2$ power of the dimensions of the sea (or continent) and the maximum velocity (and consequently the velocity at any point)—proportionally to the square root of the dimensions of the sea (continent).

In order to solve the s e c o n d problem proposed in the present paper, i. e. to ascertain the peculiarities of the monsoon field under various shapes of the coast, let us remember the correlation (7) of (1) where, in conformance with natural conditions, we shall have to replace $\bar{\vartheta}$ by τ and to write:

$$\operatorname{grad} p = -\Pi \cdot \operatorname{grad} \tau. \tag{6}$$

In perfect accordance with this important correlation, everywhere under natural conditions we observe a striking likeness between the charts of clima-

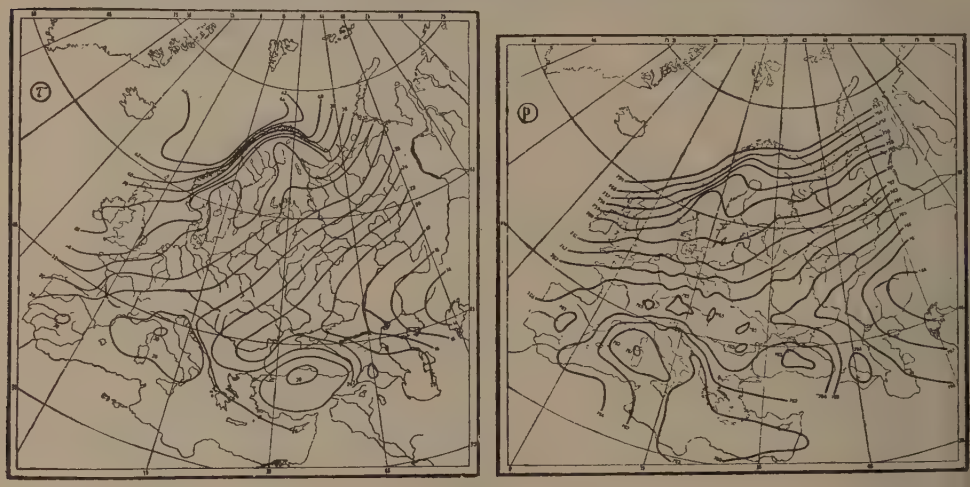


Fig. 1.

tological isobars and those of temperature climatological isanomalies. As an instance we give in Fig. 1 two such maps (for January in Europe). If this is true, the unsolvable problem of the hydrodynamic field of some sea or continent of complicated outlines can be reduced to the problem of heat conductivity in the field of isanomalies [according to the methods of the paper (3)].

But the problems of heat conductivity in their turn can be formally reduced to those of electrostatics which had been solved by Maxwell (4) for certain typical cases. Thus for instance the equipotential lines formed in the drawing plane at its intersection with a charged ellyptic cylinder are expressed by the equation:

$$\frac{x^2}{f^2 \cdot \operatorname{ch}^2 V} + \frac{y^2}{f^2 \cdot \operatorname{sh}^2 V} = 1 \tag{7}$$

where the potential of the surface of the conductor is taken as a unit.

Fig. 2 represents such a set of equipotential lines. It can be considered both as a field of isanomalies and as that of isobars arisen on the sea around an ellyptic continent or on the continent around an elliptic sea. It is easy to prove that the pressure gradient over the coast at the «acute» vertex of the ellipse exceeds the gradient at the «obtuse» vertex as many times as the large axis of the ellipse exceeds the small one.

Fig. 3 represents the field over the ellipse itself: the elliptical sea or continent*. In contrast with Fig. 2, here the maximum gradient proves to be directed along the short axis and the minimum one—along the long axis. Under natural condition a picture perfectly similar to Fig. 2 can be observed over the continent of Australia: the temperature isanomalies are disposed over it in perfect accordance with the theory.

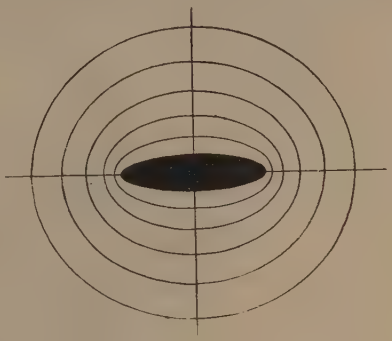


Fig. 2.

The field around a wedge bordered by two straight lines is determined by means of Maxwell's equation of a set of isolines in a polar system of coordinates with the pole in the vertex of the wedge:

$$r^{\frac{\pi}{2\pi-\alpha}} \cdot \sin \frac{\pi\varphi}{2\pi-\alpha} = \text{const.} \qquad (8)$$

Here r is the radius-vector, φ—the polar angle calculated from one side of the wedge, α—the angle between the straight lines limiting the wedge. In the case when $\alpha = \frac{\pi}{3}$ the isolines take the form represented in the lower part of fig. 4. A similar picture will be received also for other values of α if satisfying the condition $\alpha < \pi$.

On the contrary, when $\alpha > \pi$, the drawing will remind of that shown in the upper part of Fig. 4, drawn for the particular case $\alpha = \frac{5}{3}\pi$. The lower part of Fig. 4 corresponds to the isanomalies or isobars over the sea in front of a protruding acute cape or over the continent around a deeply cut gulf. At the same time the upper part of Fig. 4 corresponds to the isolines over the cape (or the gulf) itself.

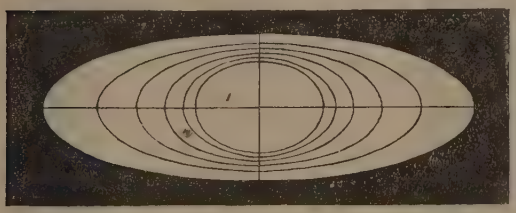


Fig. 3.

As we see, in the lower part an exceedingly large gradient arises in front of the cape (or the gulf). In the upper part in contrast with this, the minimum gradient is observed over the cape and the gulf; the maximum one tends to arise at the extended straight coast.

There are no straightly outlined capes in natural conditions. But on the basis of the general theory any isoline of Fig. 4, if only of suitable outline, may be taken for the outlines of the corresponding cape. The other isolines will determine the field around it (or on it).

---

* One has to imagine an electrode in the middle, drawn in a circle.

The isolines found for the object with three vertexes are represented in Fig. 5. The outer part of the figure corresponds to the field around the object, and the inner one—to the field over the object itself (sea or continent). Any suitable isoline may be taken as coast, the same as in Fig. 4.

The peculiarities of the monsoon field, noted by the theory for a wedge-like peninsula or bay can be easily demonstrated under natural conditions, e. g.

Fig. 4.

Fig. 5.

in India. Fig. 6 reproduces the April isanomalies for India plotted by Yershova. As one can see, they are perfectly similar to the isolines represented in the upper part of Fig. 4 and in the inner part of Fig. 5: everywhere the gradient is large over the cape, and small over the straight coasts. In Fig. 6 it is necessary to note two features most essential for the theory. Firstly the extremity isanomaly is very near the winding coast. Consequently, by means of applying the method of electrostatic analogies, we have rightfully considered the coast as one of the «equipotential» lines of the set.

Fig. 6.

Secondly the arrows in Fig. 6. which represent the mean directions of wind in April, form everywhere an angle 45° with the directions of the gradient of the temperature anomaly. On the other hand, according to the theory they are to form an angle 45° with the pressure gradient. This is an additional confirmation of the basic thesis of the theory (6) where Π is a certain scalare. Having checked the theory with such typical objects as India and Australia, we shall now take a third still more characteristic natural object—cape Hoorn.

As it is known, constant storms lasting sometimes several months rage in summer and winter around the southern extremity of the South-American continent.

It is not difficult to show that these are real monsoon storms. Of course an analytic determination of such a complicated object as the extremity of South America is completely impossible.

The method of electrostatic analogies, however, allowed us to solve this problem by means of the following simple experiment. The outlines of the South-American continent were copied from the map and a metal band 10 mm high was bent according to the latter. The electrode thus obtained was placed on the glass bottom of a circular shallow vessel. The metal walls of this vessel (15 mm high) formed the second electrode. Water from the water-pipe was poured into the vessel to form a layer 8 mm thick, and the electrodes were connected to a small induction coil parallel to the extremities of the reochord of Whitstone's bridge.

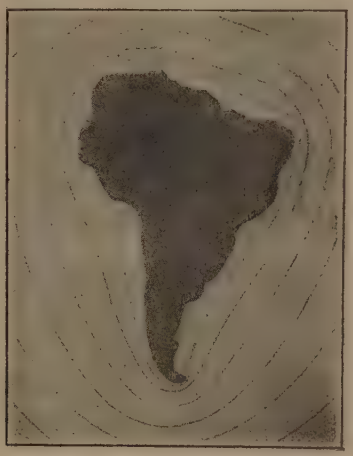


Fig. 7.

To the slide-electrode of the bridge one wire of the telephone receiver was connected; the other wire ended with a thin wire sound lowered vertically into the vessel at a certain distance from the «American coast». Placing the slider of the Whitstone's bridge in a certain position and moving the sound in water it was easy to find by means of the sound such points around the «continent» which corresponded to the least noise in the receiver. These points were evidently lying on the equipotential line corresponding to the given position of the slide-electrode. The Fig. 7 represents a set of equipotential lines thus obtained*. The black lines were drawn through 0.1 from the full difference of potentials in the vessel. The dotted line corresponds to 0.05 from it. Indeed, as we see, an exceptional thickening of isolines takes place at the southern extremity of the «continent»—at Cape Horn. The gradient of potential on the model, and consequently, the gradient of temperature anomaly and that of pressure in natural conditions, exceeds here 20 times the corresponding gradient in the Chilean cavity of the coast.

Thus the constant monsoon storms get their birth. The same is the origin of storms and strong winds observed constantly off the Cape of Good Hope (South Africa), at Cape Farewell (Greenland) and at other acute-pointed capes.

* The isolines of the Fig. 5 were plotted in the same way.

On the basis of the above-mentioned, the origin of typhoons in the South China sea becomes clear: the huge continent of Asia ends there with a «train» of isles, what leads to the growth of gradients. Here at the borders of powerful air currents extremely powerful vortexes—typhoons must arise.

Institute of Theoretical Geophysics.
Academy of Sciences of the USSR.
Black-Sea Hydrophysical Station.

Received
31. X. 1937.

REFERENCES

[1] W. W. Shoulejkin, C. R. Acad. Sci. URSS, XV, № 6—7, 321 (1937).
[2] W. W. Shoulejkin, C. R. Acad. Sci. URSS, XVI, № 6, 313 (1937).
[3] W. W. Shoulejkin, Bull. Acad. Sci. URSS, № 8, 997 (1935). [4] J. C. Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

GEOPHYSICS

MEASUREMENTS OF THE RATE OF PROPAGATION OF ELASTIC VIBRATIONS ON SMALL BASES

By A. E. OSTROVSKIJ

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Academy, 25. VIII. 1937)

There have recently come to the fore a number of important practical problems involving the determination of the rate of propagation of longitudinal elastic waves on a basis of under 1 m. The most essential among these are: the identification of rocks in drill holes—seismocarottage, the determination of the elastic properties of materials in various engineering constructions, the study of the rate of propagation of longitudinal vibrations in rocks at various temperatures and pressures, etc.

In seismometry, the rate of propagation of elastic vibration can be determined with great accuracy from the first impulse by means of photo-film recording. This method, however, is only applicable if the elastic wave runs over a sufficiently long distance. Should the distance between the explosion and the first apparatus, or that between the first and the second apparatus, be reduced, the accuracy in calculating the difference of time between the impulses rapidly decreases, no measurement of velocities of the order of 2000—5000 m/sec being any longer possible on a basis of 1—2 m. It is therefore both timely and important to develop a method that would make it possible to measure with the necessary precision the rate of propagation of elastic vibrations on a small enough basis.

There is a method of measuring the velocity of sound developed by Schmidt(1) and improved by Stierstadt and Reich(2). It is based on the ability of the organ of hearing to determine from the difference in the impulse of the sound vibrations, the direction in which the source of sound lies. The method gives accurate and reliable results, but being only applicable to bodies of a definite shape, it is not always practicable. The method suggested by us is free from these defects and makes it possible to measure much shorter intervals of time.

An outline of the method is given below.

On the object tested (Fig. 1) are fastened two receivers of elastic vibrations, P_1 and P_2, which, like the microphone or the electroseismograph, convert mechanical vibrations into electrical ones. The voltage generated at the moment when the elastic vibrations come in is transmitted from the receiver to the grid of valve A_1, which is connected to valve $\mathit{Л}_2$ in such a manner that it suffices to supply at the inlet more than 0.01—0.02 V to cause the anode current of the first valve to fall from I_0 to zero, while the anode current

of the second valve increases from zero to saturation current. If the receiver is connected in such a manner that the first impulse generates a negative voltage on the grid of valve $Л_1$, then the voltage oscillations following the first impulse lie in the region of a very great negative displacement and produce no effect whatever on the anode current of the second valve. The first impulse from the first receiver will thus be marked by a sharp increase in the anode current of the second valve. The second receiver operates in the same way with re-

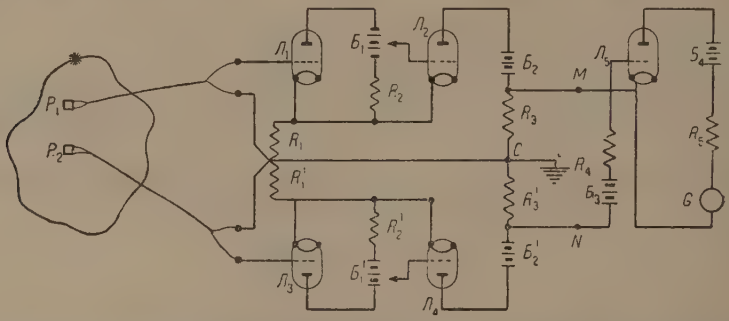


Fig. 1. $Л_1$, $Л_2$, $Л_3$ and $Л_4$—valves УБ=178, $Л_5$—УБ=153 or pentode СБ=155; R_1, R_1', R_2 and R_2'—resistances 20 000Ω; R_4—resistance 1—15 МΩ; R_5—resistance 5000—50 000Ω; $Б_1$ and $Б_1'$—80V anode batteries; $Б_2$ and $Б_2'$—160V anode batteries; S—source of elastic vibrations

gard to two other valves. By connecting both schemes at C we obtain, at the terminals M and N during the passage of the elastic wave, a voltage impulse (Fig. 2), which is in turn transformed by the valve into a current impulse. The magnitude of the current impulse can easily be determined with a ballistic galvanometer, or by means of the condenser charge.

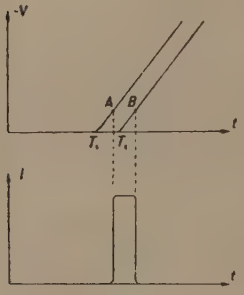


Fig. 2.

If the magnitude of the current impulse—Q and the intensity of the current—I are known, it is easy to determine the time during which the current flowed:

$$t = \frac{Q}{I}.$$

On the other hand,

$$t = T_2 - T_1,$$

where T_1 and T_2 are the times of impulse of the first and the second receivers respectively.

The time of the increase of the impulse (diagram Fig. 2) is extremely short. According to our calculations, it is less than $1 \cdot 10^{-6}$ sec. At first we used as valves $Л_2$ and $Л_4$ helium-filled thyratrons, with a tungsten cathode. The time needed for the ignition of such a thyratron is $1 \cdot 10^{-6}$—$1 \cdot 10^{-7}$ sec. In this case, the resistance R_1, and R_1', were low, viz., 400—600 ohm.

Fig. 2 shows that in order to measure t with due precision the leanings of the first impulses must be the same, which necessitates a complete similarity of the receivers and of the symmetrical radio-systems. As, however, it is impossible to make two apparatuses that would be absolutely alike, and, as, besides, owing to a certain slackening of the oscillations as the wave passes between points P_1 and P_2 there results a difference in the leanings

which produces an error in the measurement of t. This error, noticeable at weak impulses of the wave is practically reduced to values lying within the limits of the observation error if the impulse is steep enough.

The method described above was used by us in measuring velocities in an iron bar. Two electromagnetic receivers were fastened to the bar and connected to the inlet of the valves. The vibrations were generated by the impulses of a steel ball against the extremity of the bar.

In order to ascertain the impulse force sufficient to bring the error within the limits of the observation accuracy, we determined the dependence of the galvanometer deflection on the angle of deflection of the ball. It then appeared that, at angles of less than 5°, the galvanometer deflections are above normal, decreasing rapidly with an increase in the force of the impulse and remaining practically unchanged thereafter. Thus, if the angle was increased from 5

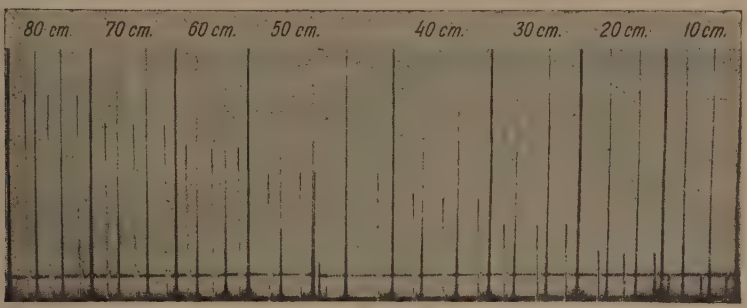


Fig. 3.

to 20° (a more than tenfold increase of the force of the impulse), the galvanometer deflections were found to decrease by 2—3%.

The negative displacement on the valves $Л_2$ and $Л_4$ (the ordinates of points A and B, Fig. 2), supplied by the anode batteries, should also be constant throughout the operations as otherwise the time t, as obtained by us, would be either greater or less than the difference between the times of impulses, $T_2—T_1$. In the case in hand, on a basis of 0.5—1 m, a change of 3 V in the displacement resulted in 5% difference in the readings of the galvanometer. In practice, however, the variations of that voltage do not exceed 0.1—0.2 V.

As a «ballistic galvanometer» we used a galvanometer of a sensitivity of $6 \cdot 10^{-8}$ A/mm/m, with a period of natural oscillations of 0.2 sec. The galvanometer was graduated in microcoulombs. Such a sensitivity of the galvanometer was quite adequate. In case of need, the sensitivity was reduced by shunting.

With so short a period, visiual readings are rather difficult. In making accurate measurements, therefore, a photo-film moving at a speed of 1—2 cm/sec was used. One of such records is seen in Fig. 3. In this case, receiver P_1 was shifted along the iron bar over 10 cm for every three impulses.

The rate of propagation of longitudinal elastic vibrations in an iron bar was found to be 5180 m/sec, which is in agreement with the tabulated data (5100—5450 m/sec).

The same method was used by us to measure the velocity of sound pro-

pagation in air, employing for the purpose telephone receivers, with one valve amplifier. The results of these measurements were also found to approach the tabulated data (330 m/sec).

Seismological Institute.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
25. VIII. 1937.

REFERENCES

[1] H. Schmidt, Dissertation, Göttingen (1923); H. Geiger u. R. Scheel, Handbuch der Physik, VIII, 611 (1927). [2] Reich u. Stierstadt, Physik ZS., XXXII, № 3 (1931).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

CHIMIE

SUR UN NOUVEAU PRODUIT DE RÉACTION ENTRE L'ANTHRAQUINONE ET L'ALCALI

Par N. N. VOROŽCOV, A. P. ALEXANDROV et T. I. BERKOVA

(Présenté par M. A. Iljinskij, Membre Honoraire de l'Académie, le 2. X. 1937)

D'après les travaux anciens de Wartha(1), Graebe et Libermann (2) l'anthraquinone réagit avec l'hydrate de potassium à 250° en formant de l'acide benzoïque, de l'alizarine et probablement de l'anthrahydroquinone.

Un brevet allemand (3) décrit une méthode pour obtenir l'alizarine en traitant l'anthraquinone pendant 3—4 jours avec un alcali dilué en présence des sulfites alcalines et au moyen d'acidifiants. Cette méthode présente un intérêt pratique (4).

Nous avons découvert que la réaction entre l'anthraquinone, l'alcali et le sulfite de sodium [26 g anthraquinone, 19.5 g $NaOH_2$, 40.7 g sulfite de sodium (38%), 390 ml d'eau] s'effectuant pendant 5—6 heures dans un autoclave à 210° aboutit à la formation d'une solution alcaline brune foncée, contenant de l'anthraquinone inaltéré (8.5 g). Après séparation de ce dernier on dilue le filtrat dans 390 ml d'eau et on fait passer un courant d'air à travers la solution pour oxyder l'antrahydroquinone en anthraquinone (11.6 g). L'eau mère étant acidifiée par l'acide chlorhydrique on obtient un précipité vert, qu'on sépare, lave et épure à deux reprises par réprécipitation d'une solution alcaline. Rendement 8.05 g. Comme produit de la réaction on obtient encore 0.5 g de l'alizarine, qui tombe en forme d'alizarate de sodium avec l'anthraquinone inaltéré.

Certaines portions du produit vert contiennent des traces de l'alizarine, dont on peut libérer le produit brut en le traitant par la solution d'hydroxyde de barium et en séparant l'alizarate de barium insoluble. La solution, étant acidulée, donne un résidu vert, qu'on épure par le procédé de réprécipitation mentionné ci-dessus.

Le produit cristallise de l'alcool éthylique ou de l'acide acétique glacial en forme d'aiguilles vertes foncées. Quant à son analyse, il correspond à la formule $C_{14}H_{10}O_3$ (calculé: C =74. 33%, H =4.42%; cristallisé de l'alcool: C =74.21%, H =3.95%; cristallisé de l'acide acétique glacial: C =74.33%, H =3.98%; traité par $Ba(OH)_2$ et cristallisé de l'alcool: C =74.34%. H =4.18%). Poids moléculaire d'après Rast. Trouvé: I) 226.8 et II) 225. 6; calculé: 226.

La substance est facilement soluble et passe au vert dans l'alcool méthylique, éthylique et le nitrobenzène, au brun-vert foncé, dans la pyridine, et au rouge dans l'acétone.

Certains solvants organiques donnent des solutions qui se présentent vertes quand elles laissent passer la lumière, et rouges quand elles la

réfléchissent. La ligroïne, l'éther de pétrole, le tétrachlorure de carbone ne jouissent pas du pouvoir dissolvant envers cette substance.

La substance se dissout dans l'acide sulfurique concentré en donnant une solution rouge-brunâtre foncée, précipitant, après dilution, le produit vert. La substance est très difficilement soluble dans l'eau, mais facilement soluble dans les alcalis dilués avec lesquels elle donne une solution jaune-brunâtre. Étant chauffée dans un capillaire jusqu'à 274° C elle devient noire et se contracte en dégageant des vapeurs jaunes qui se solidifient en cristaux jaunes. Après être chauffée jusqu'à 303—306° elle fond.

Les cristaux jaunes, qui se subliment pendant la fusion, sont solubles dans l'alcali, en donnant une solution d'un rouge sanglant, fondent à 302° et sont sous tous les rapports identiques avec l'anthraquinone-2-hydroxilé.

Le chauffage de la substance verte, dissoute dans les hydrocarbures benzéniques, est suivi de la formation d'un nouveau produit jaune, qu'on peut aisément séparer du produit originel, grâce à sa différente solubilité dans les solvants organiques. La substance jaune cristallise facilement du xylène en forme d'aiguilles jaunes brillantes qui ne fondent pas étant chauffées jusqu' à 335°. La substance est insoluble dans l'alcool méthylique et éthylique,dans l' éther,éther de pétrole,la ligroïne, l'acétone,l'alcali et l'eau. Dans benzène, toluène, xylène, chlorobenzène, nitrobenzène, et acide acétique glacial elle est difficiliment soluble à température ordinaire, mais à une température plus élevée la solubilité s'accroît et la solution passe au vert, qui disparâit avec le refroidissement de la solution. La substance est aisément soluble dans le chloroforme même à température ordinaire, en donnant une solution jaune verdâtre. Acide sulfurique concentré donne une solution de la couleur cerise foncée, qui sépare après dilution le produit originel jaune.

L'analyse du produit jaune démontre une composition de la formule $C_{28}H_{16}O_2$ [calculé: C=87.5%, H=4.17%; trouvé: I) C=87.67%, H=4.27%, II) C=87.83%, H=4.42%]. Poids moléculaire d'après Rast: I) 382.7, II) 385.14; calculé 384.

La composition déterminée et les propriétés du produit jaune permettent de l'identifier comme bianthrone (II) ([5]). Les réactions citées ci-dessous confirment la même structure.

Réduction de la substance jaune par le zinc dans la solution d'acide acétique engendre des lamelles vertes, fondant à 234—235°, ce qui correspond au point de fusion du dianthranol. Par l'acétylation avec de l'anhydride acétique on obtient une quantité minime du bianthrone et une substance jaune claire cristallisée de l'alcool, fondant à 274—275° (dianthranol diacétylé). Par traitement dans la solution alcaline du dianthrol présumé, au moyen du sulfate diméthylé, on obtient un produit jaune verdâtre qui, après une cristallisation du benzène, fond à 244—245° (dianthranol) diméthylé). Le produit jaune (bianthrone) étant oxydé par le bichromate de potassium dans la solution d'acide acétique, la formation presque quantitative de l'anthraquinone a lieu.

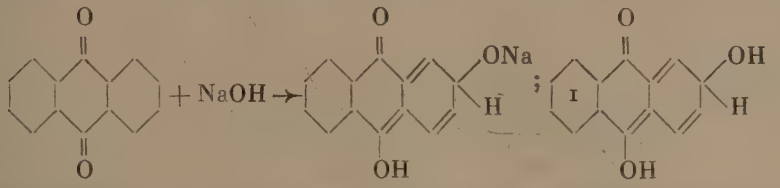
Le produit vert originel se comporte bien particulièrement envers l'acétylation [substance 0.5 g, solution de soude caustique (10%) 8 ml, anhydride acétique 10 ml, chauffage jusqu'à l'ébullition). Après l'addition de l'anhydride acétique on observe aussitôt une précipitation des cristaux jaune-verdâtres de bianthrone (II). Le filtrat clair dilué dans l'eau sépare un précipité vert clair d'un dérivé acétylé, qui, récristallisé de l'alcool, fond à 158—158. 5°. La substance est aisément soluble dans les solvants organiques habituels en donnant une solution qui parâit verte quand la lumière la traverse, et rouge dans la lumière réfléchie. L'acide sulfurique concentré donne une solution rouge intense. La substance est peu soluble dans l'eau (solution

rose claire). Elle est insobuble dans les alcalis froids, avec les alcalis chauds elle donne une solution d'un rouge sanglant.

Les résultats des annalyses correspondent à la formule $C_{16}H_{10}O_4$ (calculé: C = 72.18%, H = 3.76%, trouvé: I) C=72.37%, H=4.14%; II) C=72.22%, H=4.19%).

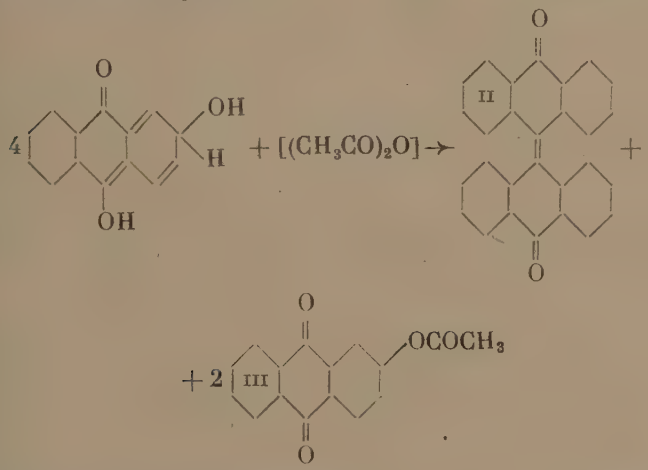
D'après son analyse et ses propriétés la substance est identique au 2-acetoxy-anthraquinone (III).

Tous les faits cités ci-dessus permettent de conclure que la réaction entre l'alcali et l'anthraquinone commence par l'addition d'une molécule de l'hydrate de sodium à l'anthraquinone:



Nous considérons le produit vert (I) comme anthraquinone additionné d'une molécule d'eau, c'est-à-dire dihydro-2.9-dioxy-2.10-oxo-9-anthracène. Cette substance correspond au terme intermédiaire de la synthèse à oxydation de l'alizarine, dont l'existence a été supposée par un des auteurs en 1934 [6].

La substance verte, probablement peu stabile aux bouts de la chaîne conjuguée quinoloïde (lieux 2 et 9), subit une transposition réducto-oxidante lors de l'acétylation:



Laboratoire des matières colorantes.
Institut chimico-technologique Mendéléeff.
Moscou.

Manuscrit reçu
le 2. X. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] Ber., **3**, 545 (1870). [2] Ber., **3**, 634 (1870); Ann., **160**, 121 (1871). [3] Brevet allemand 241806; Friedländer, Fortschritte der Teerfarbenfabrikation, X, 594. [4] М. А. Ильинский, А. Николаева, А. Перельман, Пр. орг. хим., II, 9 (1936). [5] H. Meyer, Ber., **42**, 143 (1909); brevet allemand 223210; Friedländer, loc. cit. X, 576. [6] Н. Н. Ворожцов, Основы синтеза промежуточных продуктов и красителей, стр. 360, 361 (1934).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

CHEMIE

NEUE METHODE DER BENZILGEWINNUNG AUS BENZOIN

Von E. V. ZMAČINSKIJ und L. I. MALIŠEVSKAJA

(Vorgelegt von A. E. Favorskij, Mitglied der Akademie, d. 19. IX. 1937)

Benzil kann aus Benzoin gewonnen werden durch seine Oxydation mittels verschiedener Reagenzien. Von diesen wird in der Praxis zur Benzilsynthese ausschliesslich Salpetersäure verwendet.

Die Methode der Oxydation von Benzoin in Benzil mittels Salpetersäure ist vor sehr langer Zeit, im Jahre 1840, durch den russischen Chemiker N. N. Zinin entwickelt worden.

Ausserdem kann Benzoin unter entsprechenden Voraussetzungen durch folgende Oxydationsmittel in Benzil verwandelt werden: Chlor, Brom, rauchende Schwefelsäure, Fehlingsche Lösung, Bleioxyd.

Eine Benzilbildung ist auch bei längerer Erhitzung von Benzoin in verlöteten Röhren auf 280°, bei Erhitzung in Gegenwart von Platin oder Palladium und endlich bei Erhitzung mit Eisessig bis auf 100° beobachtet worden.

James weist auf die Möglichkeit hin, Benzil durch elektrolytische Oxydation von Benzoin in einer Alkohollösung von HCl zu erhalten, wobei man, je nach den Versuchsbedingungen, entweder Benzoesäure und Benzil oder Benzil allein erhält*.

Einer von uns hat auf die Oxydationswirkung des Schwefels in bezug auf einige α-Oxyketone, u. a. in bezug auf Benzoin, hingewiesen. Hierbei wurde angenommen, dass die Reaktion folgendermassen verläuft:

$$C_6H_5 \cdot CHOH \cdot CO \cdot C_6H_5 + S = H_2S + C_6H_5CO \cdot CO \cdot C_6H_5.$$

Beide Reaktionsprodukte wurden auf qualitativem Wege nachgewiesen.

Es stellte ein gewisses Interesse dar, festzustellen, in welchem Masse diese Reaktion bei stöchiometrischen Verhältnissen der Ausgangsprodukte, die zu der vorerwähnten Reaktion erforderlich sind, quantitativ verläuft.

Wir beschlossen daher, die Benzilausbeute zunächst auf präparativem Wege zu bestimmen.

Nach einer ganzen Reihe von Versuchen zur Feststellung der optimalen Reaktionsbedingungen der chemischen Einwirkung der Ausgangsprodukte in bezug auf Temperatur und Zeit, sowie in bezug auf die Reinigung des Rohpräparats, entwickelten wir die folgende Methode der Benzildarstellung, die wir an einem konkreten Beispiel erläutern wollen.

* Hervorgehoben muss werden, dass die Wirkung einiger Oxydations-reagenzien nicht zur Bildung von Benzil, sondern von anderen Produkten führt. So liefert z. B. Wasserstoffsuperoxyd in Gegenwart von Schwefelsäure eine unbedeutende Menge von Benzoesäure; eine Chrommischung bezw. eine Lösung von mangansaurem Kali reagieren durch Bildung von Benzaldehyd und Benzoesäure.

Wir taten 2 g Benzoin und 0.3018 g pulverförmigen Schwefels in ein Reagenzglas, das in ein Ölbad getaucht war, dessen Temperatur allmählich auf 230° gebracht wurde. Die mit einer Ausscheidung von H_2S verbundene Reaktion dauerte 1 bis 1½ Stunden.

Hierauf liessen wir die gleichförmige Legierung erkalten. Das erkaltete Produkt lösten wir kalt in Methylalkohol auf* und filtrierten eine kleine Menge des von der Reaktion nicht berührten Schwefels ab.

Aus dem Filtrat scheiden nach Abdestillierung des überschüssigen Methylalkohols und nach erfolgter Abkühlung lange Benzilnadeln aus, die eine Schmelztemperatur von 95° aufweisen.

Die Ausbeute des Präparats belief sich auf 1.7642 g, d. h. bildete 89% der theoretischen Ausbeute. Die Ausbeute ist ein wenig geringer infolge der Verluste bei der Umkristallisation sowie deshalb, weil dass Benzoin während der Reaktion zum Teil sublimiert und dadurch der Einwirkung durch den Schwefel entzogen wird.

Davon ausgehend, dass die Menge von Schwefelwasserstoff, die während der Reaktion ausgeschieden wird, der erhaltenen Benzilmenge äquivalent sein muss, nahmen wir eine quantitative Nachprüfung vor.

Zu diesem Zweck taten wir in ein Reagenzglas die gleiche Menge von Ausgangsstoffen, die zur präparativen Benzilherstellung gedient hatte, d. h. 2 g Benzoin und 0.3018 g Schwefel. Das Reagenzglas wurde mit einem Rückkühler zur Kondensation von Benzoin- und Benzildämpfen sowie mit zwei Kaliapparaten verbunden, die mit einer 8%-igen Ätzkalilösung angefüllt waren. 1½ Stunden später, nach Beendigung der Reaktion, wurde bei einer auf 250° erhöhten Temperatur Luft mittels eines Aspirators durch die gesamte Apparatur durchgesaugt. Es ist notwendig, um den ganzen Schwefelwasserstoff aus dem Reagenzglas und dem Kühler zu entfernen und ihn durch die Kaliapparate zu absorbieren.

Die Lösung des Kaliumsulfids und der Lauge wurde in einen Messkolben von 500 ml Inhalt ausgespült und bis zur Markierung mit Wasser nachgefüllt. Der Schwefelgehalt wurde jodmetrisch bestimmt. In der Lösung wurden 0.2885 g Schwefel, d. h. 95.6% des theoretischen Gehaltes, festgestellt.

Es ist klar, dass die Benzilausbeute, wenn nicht die infolge Sublimierung eingetretenen Benzoinverluste wären, sich noch weniger von der theoretischen unterscheiden würde und die von uns empfohlene Methode sich zur quantitativen Bestimmung des Benzoins verwenden liesse.

Da das Benzil zur Darstellung von Farbstoffen verwendet werden kann; ist die von uns entwickelte Methode nicht nur für die präparative, sondern auch für die technische Synthese des Benzils zu empfehlen, wobei eine Verwertung des Schwefelwasserstoffes als Nebenprodukt möglich ist.

Zusammenfassung. 1. Entwickelt wurde eine neue Methode der Benzildarstellung durch Oxydation des Benzoins mit Schwefel bei Erhitzung bis zu 230°. 2. Die präparative Benzilausbeute bildet bei äquivalenten Mengen der Ausgangsreagenzien ungefähr 90% der theoretischen Ausbeute. Die an dem ausscheidenden Schwefelwasserstoff quantitativ nachgeprüfte Ausbeute beträgt 95.6%. 3. Die von uns beschriebene Methode empfiehlt sich zur präparativen und technischen Benzildarstellung bei Verwertung des Schwefelwasserstoffes als Nebenprodukt.

Laboratorium für allgemeine Chemie.
Weissrussische Staatsuniversität. Minsk.

Eingegangen
d. 19. VII. 1937.

---

* Wir wählten Methylalkohol als Lösungsmittel, weil er in geringerer Masse als andere Lösungsmittel Schwefel auflöst.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

CHEMIE

UNTERSUCHUNGEN ÜBER NORMALE SÄUREN MIT EINER LANGEN KETTE, DIE DURCH EIN ZYKLOHEXYL ODER ZYKLOPENTYL ABGESCHLOSSEN IST

Von M. M. KACNELSON und M. S. KONDAKOVA

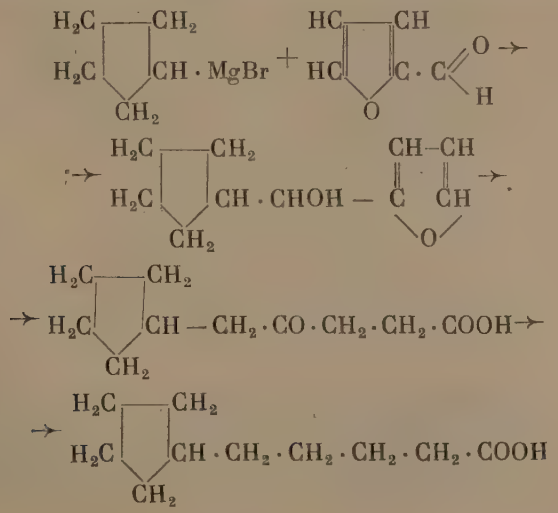
(Vorgelegt von A. E. Favorskij, Mitglied der Akademie, d. 19. IX. 1937)

2. ZYKLOPENTYLVALERIANSÄURE UND IHRE DERIVATE

Die weiteren Untersuchungen in der Reihe der normalen Säuren mit einer langen Kette, die durch ein Zyklopentyl oder Zyklohexyl abgeschlossen ist, führten uns zur Synthese der Zyklopentylvaleriansäure. Die vorliegende Untersuchung, welche zum Zweck der Erforschung der bakteriziden Wirkung dieser Säure geführt wurde, kann einiges Licht auf die Frage über den Zusammenhang der chemischen Struktur dieser Säuren mit ihrer therapeutischen Wirkung werfen (1).

Diese Synthese der Zyklopentylvaleriansäure steht auch gleichzeitig mit den schon seit längerem in unserem Laboratorium geführten Untersuchungen auf dem Gebiete der natürlichen Naphtensäuren im Zusammenhang. Die Untersuchung der Struktur der Säuren, die aus dem Erdöl gewonnen werden, beruht in erster Linie auf einem Vergleiche derselben mit Säuren, die synthetisch durch Reaktionen erhalten worden sind, die keinerlei Zweifel an deren Struktur bestehen lassen.

Der Reaktionsverlauf der Synthese der Zyklopentylvaleriansäure ist folgender:



Zyklopentylfurylkarbinol verwandelt sich in Alkohollösung mit HCl als Katalysator in Zyklopentyllävulinesterer, und durch Reduktion des letzteren nach Clemensen erhält man Zyklopentylvaleriansäure. Aus den Derivaten der Zyklopentylvaleriansäure erhielten wir Methylester, Chloranhydrid, Amid und Anilid. Ausserdem bestimmten wir die Löslichkeit des Kadmiumsalzes dieser Säure bei Zimmertemperatur (0.35%). Die Untersuchung der Löslichkeit der Kadmiumsalze ist von grosser Bedeutung, wie wir dies in der ersten Mitteilung bemerkten, für die ausgearbeitete Methode der fraktionierten Ausfällung der Kadmiumsalze, auf Grund derer es gelingt, die primären Naphthensäuren von den sekundären und tertiären Säuren gut zu trennen. Die Untersuchung der Löslichkeit der Kadmiumsalze einiger Fett- und zyklischen Säuren ergab eine grosse Differenz der Löslichkeit der Salze der primären Säuren, welche sehr schwer in Wasser löslich sind, sowohl für die Fett als auch für die zyklischen Säuren gegen die bedeutend besser löslichen Salze der Säuren mir sekundären und tertiären Radikalen. Die Löslichkeit des Kadmiumsalzes der Zyklopentylvaleriansäure ist viel kleiner als die einiger sekundärer Säuren der Zyklopentanreihe.

BESCHREIBUNG DER VERSUCHE

Zyklopentylfurylkarbinol

Zu Zyklopentylmagnesiumbromid, das aus 70 g Zyklopentylbromid, 11.4 g Magnesium und 150 cm³ absoluten Äther bereitet wurde, wird allmählich bei der Abkühlung 45.1 g frischdestilliertes Furfurol hinzugegossen. Nach Abschluss der Reaktion wird der Kolben 2 — 3 Stunden lang im Wasserbad erwärmt. Darauf wird beim Erkalten der Kolbeninhalt mit gesättigter Ammoniumchloridlösung bis zur vollständigen Auflösung des festen Reaktionsproduktes bearbeitet. Der Niederschlag wird abfiltriert. Die Ätherschicht wird abgetrennt und mit wasserfreiem Natriumsulfat getrocknet. Nach vollständiger Abdestillation des Äthers wird der Rückstand in einem Vakuum von 8 mm destilliert. Hierbei werden folgende Fraktionen erhalten:

I. Fraktion:	50—107°,	28.2 g
II. Fraktion:	107—116°,	21.1 g

Aus der II. Fraktion, die Zyklopentylfurylkarbinol enthält, wurde durch die wiederholte Destillation ein Produkt mit dem Siedepunkt 114—116° bei 8 mm ausgeschieden, das eine farblose Flüssigkeit darstellt:

0.1212 g Substanz: 0.3211 g CO_2; 0.0913 g H_2O.
0.1416 g Substanz: 0.3742 g CO_2; 0.1068 g H_2O.
$C_{10}H_{14}O_2$. Berechnet: C = 72.29; H = 8.43.
Gefunden: C = 72.27; H = 8.43.
C = 72.07; H = 8.13.

Gewicht des Karbinols bei 18° = 1.1946 g
» » Wassers » 18° = 1.1055 »
» » Karbinols » 0° = 1.2100 »
» » Wassers » 0° = 1.1064 »
$d^{18}/_{18} = 1.0806$; $d\,^0/_0 = 1.0936$

δ-Zyklopentyllävulinester

Ein Gemisch aus 20.7 g Zyklopentylfurylkarbinol, 38 g absoluten Alkohol und 3.4 g einer (4.75%-igen) alkoholischen Lösung von HCl wurde 2 Stunden lang im Wasserbade erwärmt. Nach dem Abdestillieren des Alkohols im Vakuum wurde der Rückstand in Äther gelöst, mit einer Pottaschelösung gewaschen und mit wasserfreiem Natriumsulfat getrocknet. Der Äther

wurde abdestilliert, während der Rückstand bei 9 mm fraktioniert wurde. Folgende Fraktionen wurden erhalten:

I. Fraktion:	110—130°	2.7 g
II. Fraktion:	130—140°	2.6 g
III. Fraktion:	140—147°	7.7 g

Die Analyse der III. Fraktion mit dem Siedepunkt 140—147° bei 9 mm, die Zyklopentyllävulinester enthält, gab folgende Resultate:

0.1237 g Substanz: 0.3093 g CO_2; 0.1036 g H_2O.
0.1019 g Substanz: 0.2553 g CO_2; 0.0841 g H_2O.
$C_{12}H_{20}O_3$. Berechnet: C = 67.92; H = 9.43.
Gefunden: C = 68.19; H = 9.37.
C = 68.33; H = 9.23.

δ-Zyklopentyllävulinsäure

1 g Zyklopentyllävulinester wurde mit 5%-iger Salzsäure 4 Stunden lang kochend umseift. Die erhaltene Säure stellt nach der Umkristallisierung aus Petroleumäther weisse Nadeln dar mit der Schmelztemperatur 65°.

0.0857 g Substanz: 0.2048 g CO_2; 0.0687 g H_2O.
0.0866 g Substanz: 0.2076 g CO_2; 0.0699 g H_2O.
$C_{10}H_{16}O_3$. Berechnet: C = 65.21; H = 8.69.
C = 65.17; H = 8.97.
C = 65.38; H = 9.03.

Zyklopentylvaleriansäure

Zyklopentyllävulinester wurde nach Clemensen reduziert. 6 g Ester wurden mit 40 g granulierten Zink (vorher mit 200 cm³ 5%-iger Sublimatlösung bearbeitet) und konzentrierter HCl bis zur fast vollständigen Auflösung des Zinks erwärmt. Das Reduktionsprodukt wurde mit Äther extrahiert. Die Ätherlösung wurde mit wasserfreiem Natriumsulfat getrocknet, der Äther wurde abdestilliert und der Rückstand im Vakuum destilliert. Es wurden 2.9 g Säure mit dem Siedepunkt 145—150° bei 8 mm erhalten.

Die erhaltene Zyklopentylvaleriansäure wurde in Alkali gelöst und diese Lösung mit einer Permanganatlösung bis zum Auftreten der violetten Färbung bearbeitet. Der Überschuss an mangansaurem Kalium wurde durch Bisulfat zersetzt und das ausgeschiedene Mangansuperoxyd abfiltriert. Nach Hinzugabe von Säure zum Filtrat wurde die ausgeschiedene Zyklopentylvaleriansäure mit Äther extrahiert. Nach Abdestillieren des Äthers wurde der Rückstand bei 9 mm destilliert.

Erhalten wurden 2.4 g Säure mit dem Siedepunkt 150—153°.

0.1087 g Substanz: 0.2800 g CO_2; 0.1052 g H_2O.
0.1386 g Substanz: 0.3562 g CO_2; 0.1322 g H_2O.
$C_{10}H_{18}O_2$. Berechnet: C = 70.59; H = 10.59.
Gefunden: C = 70.25; H = 10.83.
C = 70.09; H = 10.67.
Gewicht der Säure bei 18° = 1.0854 g.
» des Wassers » 18° = 1.1057
$d\,^{18}/_{18} = 0.9816$

Die Säure ist eine ölartige Flüssigkeit, die ein wenig gelblich ist und den für Naphthensäuren charakteristischen Geruch besitzt. Kristallisiert bei Abkühlung im Schnee. Schmelzpunkt 11°.

Zyklopentylvaleriansäuremethylester

Aus dem Silbersalz wurde durch Kochen mit Methyljodid in absolutem Äther der Methylester der Säure erhalten, der bei 118—119° bei 12 mm siedet:

0.1492 g Substanz: 0.3922 g CO_2; 0.1463 H_2O.
0.1986 g Substanz: 0.5644 g CO_2; 0.1960 g H_2O.
$C_{11}H_{20}O_2$. Berechnet: C = 71.74; H = 10.87.
Gefunden: C = 71.69; H = 10.97.
C = 71.71; H = 10.98.
Gewicht des Äthers bei 16° = 0.7879 g.
» » Wassers » 16° = 0.8304 »
$d^{16}_{16} = 0.9440$.

Zyklopentylvaleriansäurechlorid

Das Chloranhydrid der Säure wurde durch 3-stündiges Erwärmen der Zyklopentylvaleriansäure mit Phosphortetrachlorid im Wasserbad erhalten. Das Gemisch wurde im Vakuum destilliert. Das Chlorid wurde bei 124° bei 12 mm destilliert.

Zyklopentylvaleriansäureamid

Das Amid der Säure wurde mittels Durchgehen von gasförmigem Ammoniak durch eine Benzollösung des Chlorids bereitet. Nach Bearbeitung mit Wasser wurde die Benzolschicht abgetrennt, mit wasserfreiem Natriumsulfat getrocknet, worauf das Benzol abdestilliert wurde. Der Rüskstand wurde aus dem Benzol umkristallisiert. Hierbei kristallisierte das Amid in glänzenden Nadeln mit dem Schmelzpunkt 138°.

0.1284 g Substanz: 9.05 cm^3 N (23°, 761 mm).
$C_{10}H_{19}ON$. Berechnet: N = 8.28.
Gefunden: N = 7.91.

Zyklopentylvaleriansäureanilid

Das Anilid der Säure wurde durch Kochen im Wasserbad einer Benzollösung des Chlorids mit einer Benzollösung von Anilin erhalten. Nach Schütteln mit verdünnter Salzsäure wurde die Benzollösung des Anilins abgetrennt, mit geglühtem Natriumsulfat getrocknet, und das Benzol abdestilliert. Das zurückgebliebene gelbe Öl kristallisiert allmählich. Nach Umkristallisierung aus verdünntem Alkohol erhält man Nadeln mit dem Schmelzpunkt 81—81°.5.

0.0736 g Substanz; 3.94 cm^3 N (19°, 756 mm).
$C_{16}H_{23}ON$. Berechnet: N = 5.71.
Gefunden: N = 6.09.

Das Kadmiumsalz der Zyklopentylvaleriansäure

Das Kadmiumsalz der Säure wurde durch Einwirken des Kadmiumkarbonatsalzes auf die Säure, zu der ein wenig Wasser hinzugegeben ist, im Verlaufe von 3 Tagen erhalten, wobei das Gemisch von Zeit zu Zeit geschüttelt wurde. Dann wurde die Lösung vom Kadmiumkarbonat abfiltriert und bis zum Erscheinen von Kristallen verdampft. Der Kadmiumsalzgehalt in der Mutterlauge wurde durch Verdampfung der Probe bis zur völligen Trockenheit und Trocknung des Rückstandes bis auf konstantes Gewicht bestimmt:

0.7693 g der Lösung gibt 0.0027 g Cd-Salz;
0.5670 g der Lösung gibt 0.0020 g Cd-Salz.
Löslichkeit des Salzes in 100 Teilen der ersten Lösung = 0.35
Löslichkeit des Salzes in 100 Teilen der zweiten Lösung = 0.35

Laboratorium zur Erforschung und Synthese von pflanlichen und tierischen Substanzen.
Akademie der Wissenschaften d. UdSSR.
Moskau.

Eingegangen d. 19. IX. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] M. M. Kacnelson u. B. M. Dubinin, C. R. Acad. Sci. URSS, IV, № 9, (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

MINERALOGY

A CHEMICO-MICROSCOPIC STUDY OF A METEORITE FROM YURTUK VILLAGE, DNEPROPETROVSK REGION, FALLEN ON APRIL 2, 1936

By L. L. IVANOV

(Communicated by V. I. Vernadsky, Member of the Academy, 29. V. 1937)

In the night preceding the 2nd April, 1936, a meteorite fell in Yurtuk village, Lubimov village soviet, Mikhailov district, Dnepropetrovsk region. At 1 p. m. Shulga and Lissyak, night watchmen of the local collective farm, observed the flight of a brilliant blazing bolide, accompanied by rumbling, clattering and whizzing. Lissyak heard the meteorite strike the roof of the house of Nemčenko, a collective farmer. In the morning, a stone meteorite weighing, according to the statement of the local newspaper «Shlyakhom Stalina», 600 g, was found in the loft of Nemčenko's house. The meteorite had made a hole in the roof and landed in the loft. Soon after that occurrence, I secured a specimen of the meteorite weighing 51.49 g which had been picked up near Nemčenko's house.

On April 19, the specimen found in the loft was supplied to the writer via the office of the local newspaper and the Dnepropetrovsk Meteorological Station. The meteorite weighed 509 g and was, soon upon receipt thereof, forwarded by the writer to the Meteorite Committee, Academy of Sciences of the USSR.

In January 1937, L. A. Kulik, Chief of the Meteorite Station of the Academy of Sciences, visited personally the village of Yurtuk, where he collected two similar pieces, in addition to more than half a score small fragments that had been forwarded to him before.

Outward Appearance of the Meteorite

I had thus at my disposal, for purposes of investigation, a sample of the meteorite weighing 51.49 g. After clipping off a piece to make thin sections with, its weight was reduced to 45.02 g. The remaining piece was parallelepipedal in shape and measured $3.5 \times 3.2 \times 2.3$ cm^3.

One face of the piece is covered to three-quarters of its surface with a black lustrous crust of fusion. On one of the narrow sides there is to be seen the primary stage of crust formation in the shape of small isolated lustrous black spots scattered over a dingy-grey background (initial stage of fusion), and showing through it here and there are the light-coloured portions of the meteorite not yet affected by fusion.

On its other faces the meteorite shows fresh sufraces of fracture, of an obviously later terrestrial origin. These surfaces have the appearance of

a porphyraceous or tufaceous rock. A pale gray, ash-coloured very fine-grained groundmass contains conspicuous angular or rounded, dark grey or greenish inclosures, up to 7 mm across.

A binocular glass investigation with a 15 to 25 magnification showed the meteorite to contain the following minerals in the order of their amount: plagioclase, pyroxene, olivine, troilite, chromite, glass.

Microscopic Investigation

Two thin sections of the meteorite have shown a fully crystalline structure and an absence of chondri. The structure of the meteorite in the section is a brecciated or tufaceous one.

According to optical data, the plagioclase is to be classed as intermediate between bytownite and anorthite.

Pyroxene. Colourless in the thin section exhibiting no pleochroism. According to optical data and genesis, the pyroxene approaches clinoenstatite or may be rather clinobronzite.

Olivine. Colourless in the thin section, the indices of refraction being those of forsterite-olivine.

Maskelinite. Colourless, transparent.

Magnetite. Occurs in irregular inclusions up to 1 mm long.

Troilite and glass were not found in the thin section.

The specific gravity determination of the Yurtuk meteorite gave a mean of 3.299. The low specific gravity is due to the total absence of metallic iron.

Chemical and Mineralogical Composition

The chemical analysis of the meteorite, for which an amount of 14.85 g had been set aside, was made at the Chemical Laboratory of the Dnepropetrovsk Institute of Metals under the guidance of P. Telnykh, Chief of the Laboratory. A separate analysis was made of the portion soluble in acid and of the portion insoluble in it. The results of the analysis and of the mineralogical computation are shown in the table.

Oxides	Portion		Total	Plagioclase № 90 anorthite		Magnetite	Troilite	Olivine	Clinobronzite
	Soluble in HCl	Insoluble in HCl		Ab 9.5%	An 90.5%				
	8.02	41.43	49.45	1.81	10.82	—	—	1.11	35.71
SiO_2 . . .	6.83	2.83	9.66	0.51	9.15	—	—	—	—
Al_2O_3 . . .	1.69	1.19	2.88	—	—	1.69	—	—	1.19
Fe_2O_3 . . .	0.03	0.01	0.04	—	—	0.04	—	—	—
Cr_2O_3 . . .	1.20	12.22	13.42	—	—	0.76	0.34	0.26	12.06
FeO	0.12	0.60	0.72	—	—	—	—	—	0.72
MnO . . .	1.23	16.17	17.40	—	—	—	—	1.23	16.17
MgO . . .	4.37	2.02	6.39	—	5.85	—	—	—	0.54
CaO	0.26	0.05	0.31	0.31	—	—	—	—	—
$(K, Na)_2O$.	—	—	0.181	—	—	—	0.18	—	—
S	—	—	0.008	—	—	—	—	—	—
P_2O_5 . . .	23.75	76.52	100.459	2.63	25.82	2.49	0.52	2.60	66.39
Ni absent									
				28.45				68.99	

The mineralogical composition of the Yurtuk meteorite, as shown by its chemical analysis, is as follows: clinobronzite 67.16; olivine 2.62; anorthite 27.61; magnetite 2.05; troilite 0.56.

As compared with the examination of the meteorite through a binocular glass, the amount of olivine seems to be unduly small, the number of its grains being as large as that of pyroxene or plagioclase inclusions.

An attempt to count only the coarse and clearly definable grains on one thin section gave the following result, taking the specific weight of pyroxene to be 3.28, that of olivine 3.36, and that of plagioclase 2.75:

	According to volume	According to weight
Pyroxene	71.8	70.0
Olivine	11.5	9.5
Plagioclase (and maskelinite)	16.7	19.5

Here, the amount of olivine is greater and probably nearer to its true value.

Owing to the small amount of the meteorite that I had at my disposal, both the quantitavie relations and the identification of the minerals call for a greater precision.

Place in Systematic Classification

According to Prior's classification, the Yurtuk meteorite may be assigned to the category of stone meteorites, namely to its second section, that of achondrites.

From the MgO to CaO ratio in the pyroxene, which is 2.2 : 1, the high content of olivine and the low CaO content, it may possibly be classed as an amphoterite, or, judging from the fact that the plagioclase is closely relatéd to anorthite, it may be described as a eucrite, its resemblance to the latter being also apparent in its acidity and a low content of alkalis*.

In any case, the Yurtur meteorite belongs to a rather rare type of meteorites.

Mineralogical Department,
Dnepropetrovsk Mining Institute.

Received
3. X. 1936.

* For the mean chemical composition of eucrites see P. N. Chirvinski, Centralbl. f. Mineralog., Abt. A, № 8, 256 (1926).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

BODENKUNDE

GENESIS DER MINERALE VON BODENKOLLOIDEN DER MONTMORILLONITGRUPPE

Von I. SEDLECKIJ

(Vorgelegt von L. I. Prasolov, Mitglied der Akademie, d. 4. X. 1937)

Montmorillonit ist in den Bodenkolloiden häufiger als die anderen Mineralien zu finden. Es ist jetzt klargestellt worden, dass die Anwesenheit von Montmorillonit in den Kolloiden der Böden mit einer hohen Austauschkapazität und anderen Eigenschaften der letzteren verbunden ist.

Hieraus wird das ungeheure Interesse der Bodenforscher an diesem Mineral verständlich. Die Aufklärung der Bedingungen für die Bildung des Montmorillonits ist daher von erstrangiger Bedeutung für die Bodenkunde. Noll (1) hat 1935 gezeigt, dass Montmorillonit synthetich im Laboratorium bei hohen Temperaturen (300°) und hohem Druck (87 atm) in einem Alkalimittel gewonnen werden kann. Den Versuchen gegen Ende 1933 wurde die fundamentale Annahme zugrunde gelegt, dass die Minerale der Bodenkolloide sich bei thermodynamischen Bedingungen der Verwitterung der Rinde durch Kristallisation amorpher Gele bilden, die ihrerseits bei den Wechselwirkungsreaktionen der Verwitterungsprodukte der Gesteinsarten entstehen.

Die Versuche zur Aufklärung der Genesis des Montmorillonits wurden folgendermassen angelegt. Zu Beginn wurde ein künstliches Aluminiumsilikatgel hergestellt, wobei das Verhältnis von Kiselerde zu Tonerde ungefähr 4 : 1 ausmachte. Das Gel wurde bereitet, indem gleichzeitig flüssiges Natriumsilikat und Natriumaluminat in ein drittes Gefäss gegossen wurden. Letzteres wurde aus Alaun und Natriumlauge erhalten. Das erhaltene weisse amorphe Gel wurde abfiltriert und im Trichter mit destilliertem Wasser gewaschen, bis die Reaktion auf Schwefelsäure und Chlor zum Verschwinden gelangte. Das ausgewaschene Gel wurde an der Luft getrocknet und im lufttrockenem Zustante zur Sättigung mit Magnesium auf einen Trichter gebracht. Die Sättigung erfolgte durch Waschen des Gels mit einer 1 N Magnesiumchloridlösung. Das Gel wurde solange gewaschen, bis das Waschwasser kein pH der Ausgangslösung (pH=5.6) hatte. Das pH der Magnesiumchloridlösung betrug 5.51. Nach dem Auswaschen des Chlors wurde das Gel an der Luft bei Zimmertemperatur getrocknet. Das bis zum lufttrockenen Zustande bereitete Präparat war bereits Promontmorillonit, d. h. eine Verbindung von der Zusammensetzung des Montmorillonits, aber im amorhpen Zustande.

Die Röntgenogramme des frisch erhaltenen Präparats enthielten überhaupt keine Diffraktionslinien, was auf den völlig amorphen Zustand des Stoffes hinwies. Das Promontmorillonit wurde in einer Büchse mit angeschliffenem Pfropfen im Laboratorium bei gewöhnlicher Zimmertemperatur stehen gelas-

sen. Im Jahre 1937 (Februar — April) wurden die Untersuchungen des alternden Gels wieder erneuret, welche das Vorhandensein von typischem Montmorillonit ergaben.

Die chemische Zusammensetzung (des Präparats) war folgende: 40.80% hygroskopisches Wasser; 10.16% chemisch gebundenes Wasser; Kieselerde 55.23%; Tonerde 20.65%; Eisenoxyde 0.615%; Kalziumoxyd 0.531%; Magnesiumoxyd 2.393%; Natriumoxyd 2.742%; Kaliumoxyd 8.688%; Chlor 0.175% und SO_3 0.444%. Das Verhältnis von Kieselerde zu Tonerde betrug beim Promontmorillonit 4.5.

Durch Bestimmung des austauschbaren Magnesiums wurde festgestellt, dass das ganze Magnesium im Präparate festgehalten wurde und in den nichtaustauschbaren Zustand übergegangen war. Die Alkalistoffe sind jedoch teilweise aus dem festgebundenen Zustande in den freien übergegangen (bis zu 3%), wodurch auch der plötzliche pH-Anstieg des wässerigen Extrakts (bis zu pH=9.4) hervorgerufen wird. Dies ist damit zu erklären, dass sich in dem frisch gewonnenen Gel komplizierte Aluminiumsilikatkomplexe gebildet haben, in deren innerer Sphäre ein zeitliches Festhaften der Alkalielemente erfolgte. Die Kristallisation des Gels führte zur Zerstörung dieser Komplexe und zur Befreiung eines Teils der festgebundenen Elemente.

Die mikroskopische Untersuchung, die von Prof. Vedenejeva ausgeführt wurde, hat ergeben, dass das Präparat heterogen ist und aus zwei Typen isotroper Kristalle besteht: a) in Form eines kleinkristallinischen Aggregats mit den Brechungsexponenten: $n=1.475$ (ein kleiner Teil), $n=1.490+0.003$ (ein grosser Teil), und b) in Form einzelner Blättchen mit den Brechungsexponenten: $n=1.490$ (grosser Teil) und $n=1.498+0.003$ (kleiner Teil). Ross und Shanon (2) stellten Schwankungen des Brechungsexponenten von 1.478 bis 1.353 des natürlichen Montmorillonits in Abhängigkeit vom Wassergehalt fest. Der Mittelwert beträgt $n=1.493$. Die Brechungsexponenten unseres Präparats fallen mit den Brechungsexponenten des Montmorillonits zusammen. Es ist daher anzunehemen, dass unser Präparat (das sich in verschiedenen Stadien der Kristallisation befindet) selbst Montmorillonit ist.

Die röntgenographischen Untersuchungen haben gezeigt, dass wir es in diesem Falle wirklich mit Montmorillonit zu tun haben, wie dies aus den Daten der Tabelle zu sehen ist.

Röntgenogramme des synthetischen Montmorillonits. Kupferstrahlung. Kameraradius =56.0

Debyeringe	Braggsche Winkel	Intensität
1	4° 45′	Mittelstark
2	9 52	Sehr stark
3	13 52	Mittel
4	17 30	Schwach
5	20 09	»

Das Röntgenogramm des künstlichen Montmorillonits unterscheidet sich vom natürlichen Montmorillonit:

1) durch eine geringere Linienzahl (es sind nur die Interferenzmaxima der kleinen Winkel vorhanden) und

2) durch sehr breite Diffraktionsringe.

Diese beiden Merkmale weisen auf eine nicht abgeschlossene Kristallisaiton und äusserst kleine Kristallite hin.

Sömit befinden sich diese Daten in voller Übereinstimmung mit den mikroskopischen Beobachtungen.

Wenngleich auch diese Daten uns völlig von der Richtigkeit unser Schlussfolgerungen überzeugten, so führten wir jedoch noch eine thermische Untersuchung unseres Präparats durch.

Die mit dem Solodin-Apparat erhaltene thermische Kurve (auf der Abszisse ist die Temperatur abgetragen, auf der Ordinate—der Temperaturunterschied zwischen dem untersuchten Stoff und einer Standartverbindung—Magnesiumoxyd) erwies sich nach Prof. A. Syromjatnikov als typisch für Montmorillonit.

Somit zeigten also die mit allen, dem modernen Forscher zugänglichen Methoden durchgeführten Untersuchungen in allen Fällen übereinstimmende Resultate. Dieselben bestätigen die Bildung des Montmorillonits während der spontanen Kristallisation von künstlichem Aluminiumsilikagel, dessen Zusammensetzung nahe zu der des natürlichen Produktes ist.

Die Gewinnung von Montmorillonit bestätigt folglich die Möglichkeit der Bildung von Verbindungen, die eine Ringgruppierung von Atomen enthalten, durch spontane Kristallisation von amorphen Gelen.

Folglich können sich die Minerale der Bodenkolloide während des Verwitterungsprozesses und der Bodenbildung aus den Zerstörungsprodukten der primären Minerale bilden, die im Ergebnis der Wechselwirkungsreaktionen amorphe Aluminiumsilikagele geben, deren spontane Kristallisation zur Entstehung bestimmter Minerale führt.

Institut für Bodenkunde.
Akademie der Wissenschaften d. UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 4. X. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] W. Noll, Neues Jahrbuch f. Mineral. etc., 70, 65 (1935). [2] E. Ross a. Shannon, Journ. Amer. Ceram. Soc., 9, 77 (1926).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

GÉNÉTIQUE

LA VARIABILITÉ PARALLÈLE DANS LA PHÉNOGENÈSE DE LA CONQUE DE L'OREILLE CHEZ LES CANIDES

Par N.A. ILJIN

(Présenté par N. I. Vavilov, de l'Académie, le 22. X. 1937)

Une étude phénogénétique des caractères génétiquement conditionnés nous permet de comparer les processus de la réalisation héréditaire chez des individus qui appartiennent à des différentes espèces ou races, mais qui possèdent des caractères phénotypiquement similaires. Les processus de la réalisation de ces phénotypes peuvent être différents ou, dans un certain degré similaires l'un à l'autre.

Dans des travaux précédents ([9],[10],[11],[14]) j'ai réussi à établir une série des faits de parallélisme dans la réalisation des caractéres héréditaires de la pigmentation chez les différentes races et espèces appartenant à des unités taxonomiques assez éloignées l'une de l'autre (différentes familles ou même différents ordres). Dans les types de la réalisation héréditaire ainsi que dans les éléments principaux du processus de la réalisation du phène et dans les stades principaux de la variation d'après l'âge j'ai établi des séries parallèles par rapport aux facteurs principaux de la phénogenèse.

Dans tous ces matériaux on peut facilement apercevoir le phénomène que Ch. Darwin ([1],[2]) a nommé «variation analogique ou parallèle», développé par N. I. Vavilov dans la «loi des séries homologiques» ([4],[5],[6]) pour les caractères morphologiques et les séries des gènes qui leur correspondent.

La critique de la loi des séries homologiques et de son rôle dans la théorie de l'évolution est donnée dans un de mes autres articles. Ici la variation parallèle est considérée comme un phénomène existant.

L'application de cette idée de Ch. Darwin au problème de la réalisation héréditaire étant une innovation pour la loi des séries homologiques, la nécessité est évidente de la vérifier sur différents objets et caractères. Cela doit avoir une importance particulière pour le nouveau domaine de la science qui peut être désignée comme la «phénogénétique comparée» ([14]).

Dans mon travail précédent j'ai étudié le caractère de la pigmentation. Le travail présent a pour but l'étude des particularités morphologiques structurelles qui caractérisent la forme extérieure de la conque de l'oreille. Ci-dessous je cite quelques données sur les séries homologiques dans la réalisation des phénotypes de la conque de l'oreille (sa position et sa structure) chez les différentes races des chiens et des hybrides des chiens avec des loups.

Les types morphologiques de la conque de l'oreille chez les chiens et le chien-loup. La conque

de l'oreille dans le type loup est droite, dressée sur une base cartilagineuse. On la rencontre chez quelques races des chiens domestiques: chiens de berger allemands, certaines races de «laika» etc. Outre le type d'oreille dressée on rencontre chez les chiens une série d'autres types de la position d'oreille: dès l'année 1932 nous distinguons ([12]) les 6 types principaux: court-dressée (qui sort un peu au dela du contour général de la partie frontale de la tête), dressée (plus ou moins longue), pendante, mi-pendante (intermédiaire entre l'oreille dressée et l'oreille pendante), mi-dressée (à peu près les $^3/_4$ de la conque sont dressés et le bout de l'oreille est pendant), couchée (la partie inférieure de l'oreille est solide et peut être dressée, mais d'ordinaire reste penchée ou plutôt c o u c h.é e sur la tête).

La distribution des types ci-dessus entre les races principales des chiens et des chiens-loups est donnée dans le tableau 1. On peut facilement y distinguer les séries parallèles.

S. N. Bogoliubski a récemment proposé une classification des formes de l'oreille chez les chiens d'après un autre principe ([3]). Il a put se convaincre de l'existence des séries parallèles chez les groupes principaux craniologiques des chiens.

Tableau 1

Les types des conques de l'oreille chez les chiens et les chiens-loups

	Courte dressée	Dressée	Pendante	Mi-pendante	Mi-dressée	Couchée
Lévrier	—	+ Lévrier baléare	+ Lévrier algérien	+	? Deerhound	+
Chien couchant	—	—	+	+	—	+
Dogue	—	+	+	+	—	+
Chien de berger allemand	—	+	—	+ (Rarement)	—	—
Colly	—	+	—	—	+	—
«Laika»	—	+	?	+	+	—
Chow-chow, Roquet de Batak	+					
Fox-terrier	—	+	+	+	—	—
Chien-loup	—	+	+	+	+	—

La principale allélomorphe de la position de l'oreille a été établie par Plate ([15],[16]) dans ces expériences avec le chien africain; l'oreille «pendante» est désignée par H, dressée par h; $H > h$. Mes observations sur les fox-terriers ont confirmé la découverte de Plate; j'ai vu naître des chiens aux oreilles dressées dont les parents anaient les oreilles pendantes ([8],[12]). Chez les chiens, ainsi que chez les chiens-loups, on peut distinguer une triple allélomorphe: $H^a > H > h$, où l'on le sert de H^a pour désigner l'oreille mi-dressée (le type de chien de berger écossais colly), de H pour l'oreille pendante, de h pour l'oreille dressée. L'allélomorphe «mi-dressée (le type colly) domine complètement, tandis que H (pendante) ne domine que partiellement (Hh—oreilles mi-pendantes).

La réalisation du phène de la conque du type dressée

La conque et l'oreille dressée n'est pas un caractère qui se manifeste dès la naissance du chien. Les oreilles des loups, des chiens de berger allemands et des «laikas» jeunes sont dans un certain stade de développement pendantes. Néanmoins la condition pendante de la conque de l'oreille n'est pas le seule

stade juvénile du développement de l'oreille dressée. Dans d'autres stades l'oreille peut être dressée avant de devenir pendante et puis de nouveau dressée. L'opinion de B. M. Žitkov (7) qui affirme qu' «il n'existe pas de petits des chiens domestiques avec des oreilles dressées» est une erreur.

Dans la phénogenèse de la position de la conque de l'oreille durant la période post-embryonnaire de son développement on peut distinguer un changement régulier des stades qui caractérise la variabilité de ce caractère avec l'âge. En étudiant l'oreille dressée j'ai pu distinguer 5 stades de son développement qui passent graduellement l'un dans l'autre (tableau 2).

Tableau 2

Les stades du développement post-embryonnaire (de la phénogenèse) de la conque de l'oreille dressée

Stade	Caractéristique sommaire
I. Primaire dressée	Les oreilles sont relativement très courtes, ne sortent presque pas au delà du contour général de la tête
II. Mi-dressée	Les oreilles sont relativement longues, leurs bouts commencent à ce recourber et à ce pencher en avant comme les oreilles du type colly
III. Pendante	Les oreilles sont encore plus longues et deviennent couchées ou pendantes
IV. Mi-pendante	Les oreilles commencent à ce dresser dès leur partie inférieure. Il est parfois difficile de distinguer ce stade du stade II.
V. Dressée	L'oreille typiquement dressée, pour la plupart sur une base de cartilage.

Les termes du commencement de différents stades dépendent beaucoup des conditions générales du développement du chien. Ce qui importe ce ne sont pas les termes, mais la succession règulière des stades.

Le parallélisme dans la réalisation post-embryonnaire des phènes de la conque de l'oreille. Le schéma typique de la phénogenèse de la conque de l'oreille, décrit ci-dessus, s'est complétement réalisé seulement dans le développement de la conque de l'oreille dressée.

C'est tout à fait naturel que les animaux qui, étant adultes, possèdent des oreilles pendantes, couchées, mi-pendantes ou mi-dressées ne peuvent pas être caractérisés par la même phénogenèse, au moins dans sa forme complète. Il y a une question du degré de similarité des phénogenèses des différents types de l'oreille adulte. La phénogenèse de l'oreille couchée ou pendante ne doit pas suivre nécessairement le même schéma, que la phénogenèse de l'oreille dressée.

L'examen des jeunes chiens dans les chenils d'État, ainsi que des hybrides chiens-loups obtenus antérieurement (13) a montré la présence d'un parallélisme manifesté dans la phénogenèse des différents types de l'oreille. Les chiens de berger allemands, les laikas, les chiens-loups (F_1, F_2 et F_3), et les collies nous ont servis de matériel pour cet examen.

En développant les oreilles adultes dressées, le jeune chien passe tous les 5 stades indiqués dans le tableau 2. La phénogenèse des oreilles adultes pendantes est au commencement souvent la même que dans le cas des oreilles adultes dressées.

Mais ensemble avec les particularités spécifiques du développement de l'oreille, typiques pour la race en question (ou F_1, F_2, ...) on observe des changements dans les termes du commencement et de la fin des différents

stades, tandis que la successions des stades reste en somme la même. La seule exception c'est le développement de l'oreille mi-dressée (tableau 3, III—II au lieu de I—II). Ainsi dans la phénogenèse post-embryonnaire des différents types des oreilles on peut établir un certain schéma commun (normal) du développement, qui indique la similarité mais non l'identité. La phénogenèse des différents genotypes est caractérisée par des différents nombres de stades: le developpement des oreilles dressées se complète en 5 stades, celui des oreilles mi-pendantes—en 4 stades, des oreilles pendantes—en 3, 2 ou 1 stades.

La comparaison de la phénogenèse post-embryonnaire de différents types de la conque de l'oreille est donnée dans le tableau 3.

Tableau 3

Le developpement post-embryonnaire des oreilles de différents types

Le type de la conque d'oreille dans l'animal adulte	Les races des chiens examinés	Les stades de la phénogenèse de l'oreille	Le stade final qui détermine le type de l'oreille de l'animal adulte
Dressée	Chiens de berger allemands, laikas, chiens-loups F_1, F_2 et F_3	I—II—III—IV—V ou II—III—IV—V ou III—IV—V	V
Mi-pendante	Collies, chiens-loups F_2, laikas	I—II—III—IV ou III—IV	IV
Pendante	Chiens-loups F_1 et F_2	I—II—III ou II—III	III
Pendante	Chiens-couchants, certains chiens-loups F_1 et F_2	III	III
Mi-dressée	Chiens-loups F_2 (collies?)	I—II ou III—II	II
Courte-dressée	Chow-chow, Roquet de Batak	—	I

Certains génotypes conditionnent une cessation pour ainsi dire du développement de l'oreille à un certain stade du schème (commum (normal) de la phénogenèse, les autres provoquent l'omission de quelques stades, pour la plupart des stades primaires (I—II).

Dans un de nos travaux précédents nous avons donné des matériaux sur les hybrides des chiens avec des loups ([13]); maintenant nous les confirmons pour les chiens de berger allemands, pour les laikas et partiellement pour les collies. Cette question doit être étudiée aussi sur d'autres races des chiens. En ce cas on ne peut pas omettre de citer un schème similaire de l'influence des gènes sur le développement des épis de différentes races du blé, étudiée par J. A. Filipčenko ([17], [18]).

Conclusions. L'étude de la phénogenèse de la conque de l'oreille des chiens et des chiens-loups nous donne une nouvelle preuve de l'applicabilité de l'idée de la variabilité parallèle à la phénogenèse. La première preuve de ce genre a été obtenue par nos études de 1936 sur la réalisation héréditaire et sur la physiologie du développement de la pigmentation ([14]).

Dans les deux cas on a pu établir des séries («homologues») parallèles: a) pour les manifestations des types héréditaires du caractère, b) pour les

types principaux de la phénogenèse et c) pour les stades principaux du processus de la réalisation du phène et de la variabilité avec l'âge.

Un nouveau moment dans l'application de la loi des séries homologues á la phénogénétique c'est la preuve de la possibilité de l'existence d'un schème commun (normal) de la phénogenèse d'un certain caractère. Ce schème commun est «suitable» pour une série de phènes similaires, mais différent par le nombre de stades en dépendence de différents genotypes. (Principe du parallélisme du «schème commun», de la realisation du caractère.) La réalisation d'une série de phènes peut être caractérisée par un nombre défini de stades successifs d'un pareil schème commun.

Une étude spéciale est nécessaire concernant la question des relations entre les stades de la phénogenèse et les phènes déjà établis.

Institut de la biologie générale.
Premier institut de médecine.
Moscou.

Manuscrit reçu
le 22. X. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] Ч. Дарвин, Приручeнные животные и возделанные растения, перев. в издании О. Н. Поповой, стр. 518, 519, 521. (1900). [2] Ч. Дарвин, Происхождение видов путем естественного отбора или сохранение избранных пород в борьбе за жизнь, перев. проф. К. Тимирязева, издание О. Н. Поповой, стр. 101 и сл. (1898). [3] С. Н. Боголюбский, Служебное собаководство (1935). [4] Н. И. Вавилов, Тр. III Всеросс. селекцион. съезда (1920). [5] N. I. Vavilov, Journ. of Genetics, **12** (1922). [6] Н. И. Вавилов, Закон гомологических рядов в наследственной изменчивости (1935). [7] Б. М. Житков, Возрастная изменчивость и эволюция (1922). [8] Н. А. Ильин. Собаководство, № 1 (1926). [9] Н. А. Ильин. Тр. Лаб. эксп. биол. Московск. зоопарка, **4** (1928). [10] Н. А. Ильин и В. Н. Ильина, ibid., **5** (1920). [11] N. A. a. V. N. Iljin, Journ. of Heredity, **31** (1930). [12] Н. А. Ильин, Генетика и разведение собак (1932). [13] Н. А. Ильин, Тр. по динамике развития, **8** (1934). [14] N. A. Iljin, C. R. Acad. Sci. URSS, IV, № 7(1936). [15] L. Plate, Verh. Deutsch. Zoolog. Ges. **30** (1935). [16] L. Plate, Jenaische ZS. f. Naturwiss. **64** (1929). [17] Ю. А. Филипченко, Известия Бюро по Генетике, **7** (1929). [18] Ю. А. Филипченко, ibid., **8** (1930).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

PLANT ANATOMY

THE ANATOMY OF VARIOUS TYPES OF WHEAT GRAIN

By O. G. ALEXANDROVA

(Communicated by N. I. Vavilov, Member of the Academy, 8. X. 1937)

Our purpose is to give a description of the structural types of the wheat grain on the basis of a comparison of the structure of the pericarp and the endosperm. In this paper we give a description of the four structural types of grain, which are the most distinct.

The objects of our study were the following: 1) *Tr. durum* subsp. *abyssinicum* v. *arraseita* Vav.; 2) the standard Hordeiforme 010 variety [*Tr. durum*, subsp. *expansum* Vav., gr. *hordeiforme* (Host Körn)]; 3) British wheat from France (*Tr. turgidum*, subsp. *mediterraneum* Flaksb., gr. *jodurum* Al.); 4) Polish wheat from Palestine (*Tr. polonicum*, subsp. *mediterraneum* Vav., gr. *pseudo-Martinari* Flaksb.). All the samples were received from the reproductions of the Kirovoabad (former Ganja) experimental station.

For the study of the endosperm, hand-made sections were pepared with a finely sharpened razor from the central part of the middle of the grain. Normally developed, fully mature grains showing no injuries were selected. The sections were examined in a 10 per cent glucose solution.

For the study of the pericarp, sections were made from the middle of the grain, then treated with floroglucina and hydrochloric acid, and examined in a drop of glycerine. The treatment of the sections with HCl causes glutinization and to a considerable extent a dissolution of the starch. It also somewhat clarifies the tissues of the pericarpial layers of the grain. All this facilitates observations.

We intentionally took the central part of the endosperm as characteristic of its structure. The contrast in size between the coarse and the fine starch is best expressed in the centre of the grain. The coarse starch grains in wheat are either rounded or ovoid, whilst the fine starch grains are round or polyhedral.

The coarse starch grains are never polyhedral.

The anatomical characterization of the endosperm according to its starch is based by us on the following: a) the size of the starch grain; b) the shape of the starch, c) the relation between the quantities of starch grains of the various sizes and shapes, d) the mutual arrangement of the starch grains in the plane of the section. All forms what we may call the mosaic pattern of the endosperm.

We shall begin with a description of the mosaic pattern of the cell contents of the endosperm of each of the four types.

I. The mosaic of the Abyssinian durum wheat. Uniform and rounded, coarse-grained starch is the main constituent, the intervals between the coarse starch grains being filled with groups of fine, mainly polyhedral starch grains (Fig. 1).

II. The mosaic of the British wheat. Fine polyhedral starch grains are the main constituent. They either form a continuous uniform mass or else contain inclusions of individual large rounded starch grains (Fig. 2).

III. The mosaic of the Polish wheat. Coarse ovoid starch grains are the main constituent, the intervals between them are filled with groups of round and polyhedral fine starch grains (Fig. 3).

IV. The mosaic of the common hard wheat. Rounded fine starch grains are the main constituent, coarse, rounded or ovoid starch grains being contained as inclusions (Fig. 4).

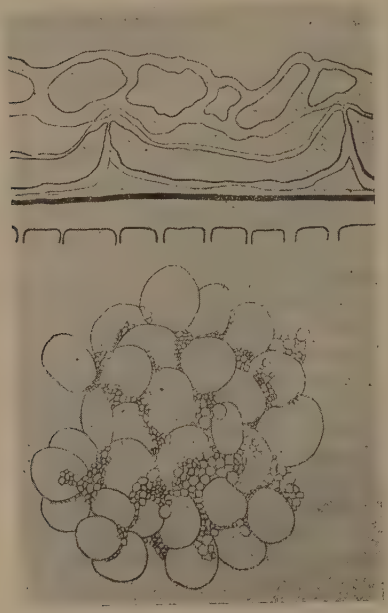


Fig. 1. *Tr. durum*, Abyssinia.

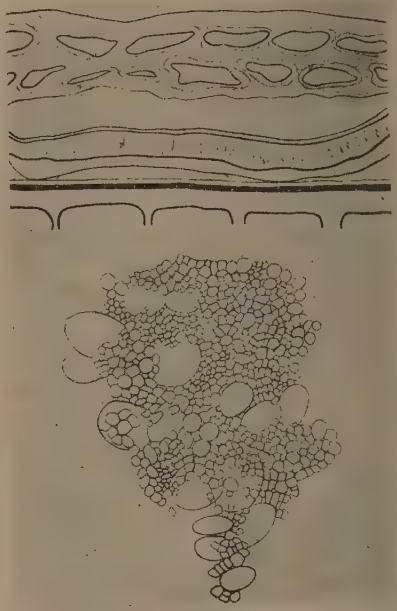


Fig. 2. *Tr. turgidum*, France.

As the illustrations show, the above-described four types of mosaic pattern differ from each other with sufficient contrast. In two cases, the main mass of the type is built up of coarse-grained, while in the other two it is built of fine-grained starch. Further, in two of the examples, the fine starch grains are pre-eminently polyhedral, while in the other two they are rounded. The mosaic types I, II and IV are of a glassy texture; type II is of a floury texture.

In the above examples of the mosaic pattern of the cell contents of the endosperm of various wheats, the combinations of different kinds of starch grains are very simple. In each case we find rounded or ovoid coarse-grained and fine-grained starch, the latter being monotypic in each of the examples: the size of the fine-grained starch is more or less uniform.

It is easy to imagine how great would be the number of combinations, and consequently, of mosaic patterns, if we varied the type of starch grains in each combination and their relative quantities. Each of the various mosaic patterns may be characteristic of a certain wheat variety, which may, at first sight, seem to differ but insignificantly in structure from other varieties.

We shall now pass to a description of the peculiarities in the structure of the pericarp of the same four wheat varieties.

In the wheats with adhering glumes (*monococcum*, *dicoccum*, *spelt*), the pericarp of the ripe grain is a thin coat consisting of only two layers of anatomical elements: the external epidermis (epicarp) and the transverse cells (endocarp). The so called mesocarpial layer is entirely absent. The same kind of pericarp is typical of some hard wheats of Abyssinia, the hard wheats of Yemen, some soft wheats of Afghanistan, etc. The majority of so-called bare wheats, and especially the common soft and hard wheats, are distinguished by a relatively thick pericarp. In some highly cultural hard wheats, the pericarp consists of 5—6 layers of cells.

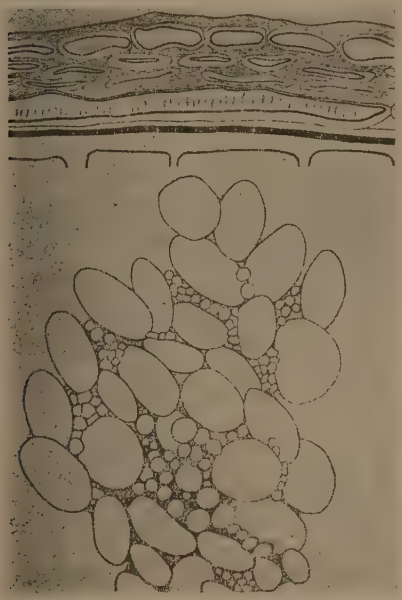


Fig. 3. *Tr. polonicum* Palestine.

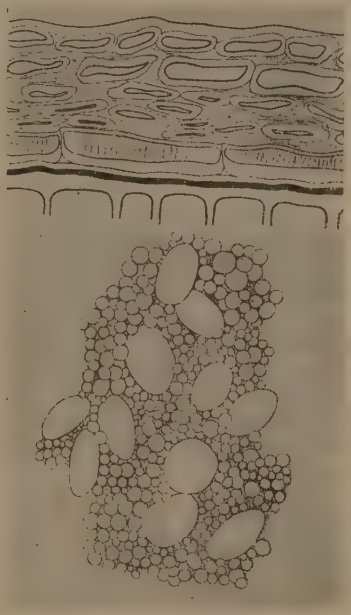


Fig. 4. *Tr. durum Hordeiforme* 010.

We find that, under good ripening conditions, in wheat grains preserving their mesocarp till complete maturity, semicellulose is stored in the cavity of the cells of the epi-mesocarp. A similar accumulation of semicellulose in the pericarp occurs in many cultivated plants (for instance, in leguminous plants). A greater complexity in the structure of the pericarp due to accumulations of semicellulose is a typical character of highly cultural wheats.

In our figures are shown strictly identical areas of the pericarp, of the central and the lateral parts of the grain. Examinations have shown that the structure of the pericarp varies greatly in the different parts of the grain. It is, therefore, only possible to compare strictly analogous areas of the pericarp.

In the Abyssinian durum wheat (Fig. 1), the pericarp consists exclusively of the epicarp and the transverse cells. There is no semi-cellulose. The ends of the transverse cells are very peculiarly and typically raised towards each other.

The structure of the pericarp of the common highly cultural hard wheats (Fig. 4) presents a marked contrast to that of the hard wheats of Abyssinia. Besides the much greater thickness of the pericarp, accumulations of semicellulose in the epi-mesocarp are well marked. The transverse cells are drawn out into one line and their ends are not raised.

Amongst the wheats of the Abyssinian subspecies of *Tr. durum*, we have described the structure of the wheat of the *elongata* section. The structure of the wheat grain of another section of the Abyssinian subspecies of *Tr. durum*, viz. the *densa* section, differs from that of the grain of the *elongata* section in the fine starch grains of the endosperm being rounded and not polyhedral; the amount of fine-grained starch in the endosperm, however, is equally small in both sections. The Abyssinian wheats of the *densa* section are, according to a number of morphological characters, fairly closely related to the common hard wheats *Tr. durum* subsp. *expansum* Vav. Subsp. *expansum* differs from the *densa* section of the subsp. *abyssinicum* in a much greater quantity of round fine-grained starch in the endosperm. The pericarp of the Abyssinian hard wheats of the *densa* section, the nearest related to the wheats of subsp. *expansum*, is distinguished by accumulations of semicellulose in the epi-mesocarp. Such accumalations are a wide-spread phenomenon in common highly cultural hard wheats under normal conditions of ripening. As regards the peculiarities in the structure of their pericarp, the Mediterranean (African) hard wheats present a series of gradations from Abyssinian hard wheats to the structural type proper to the hard wheat of Asia Minor and East Europe.

From the Abyssinian *durum* wheat of the *elongata* section with fine polyhedral starch grains it is easy to pass to the Abyssinian subspecies of *Tr. turgidum*, in which the fine starch grains are likewise polyhedral. However, the quantity of such fine-grained starch in the endosperm of the Abyssinian subspecies of the British wheat varies, being small in some grains, as in the Abyssinian subspecies of durum wheat, and great in others. In *Tr. turgidum* subsp. *mediterraneum* Flaksb., the common British wheat of the Mediterranean regions and Europe, the amount of fine polyhedral starch grains in the endosperm is very considerable. The structure of the pericarp of the Abyssinian subspecies of *Tr. turgidum* is similar to that of the pericarp of the *elongata* sections of the Abyssinian subspecies of durum wheat. The pericarp of the Mediterranean subspecies of *Tr. turgidum* is distinguished by structural characters proper to highly cultural wheats, namely: a large (relatively) number of layers of the epi-mesocarp and the presence of accumulations of semicellulose (compare Fig. 2 and Fig. 4.).

The structure of the pericarp of Polish wheat (Fig. 3) also bears much resemblance to that of the common hard wheat, subsp. *expansum* (Fig. 4). The differences in the structure of the endosperm are also mainly of a quantitative nature; in Polish wheat there is a relatively larger amount of coarse-grained starch, which thus constitutes the main mass of the mosaic pattern, whilst the main constitutent in the mosaic pattern of hard wheat is the fine-grained starch. It is, therefore, possible to regard the mosaic type of endosperm of Polish wheat as having originated from the mosaic type of the endosperm of common durum wheat due to a decrease in the amount of fine-grained starch.

From a practical standpoint, the peculiarities in the structure of the pericarp and in the mosaic pattern of the endosperm may have a certain significance in estimating the grinding and baking properties of grain: 1) the greater are the accumulations of semicellulose in the pericarp and the higher is the degree of lignification reached by its anatomical elements, the higher will be the percentage yield of flour; 2) too small or too great an amount of fine-grained starch (no matter whether the grains be rounded or polyhedral) is associated with low baking properties. For the baking properties of the grain to be high, the grain should contain a certain medium amount of fine-grained starch consisting of rounded and polyhedral grains, the rounded grains predominating over the polyhedral ones.

Received
8. X. 1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

PLANT ANATOMY

ON THE MORPHOLOGY OF THE GRAIN OF CEREALS

By V. G. ALEXANDROV

(Communicated by N. I. Vavilov, Member of the Academy, 8. X. 1937)

Definitions of grain (caryopsis), the fruit of cereals, are usually based on the fact that their pericarp is fused with the spermoderm. In fruits of other types, the pericarp does not fuse with the seed and the seed lies free within the fruit, being attached to the pericarp only by a slender, more or less short, funicle.

Thus, in accordance with the old and firmly established notion (since the early years of the 19th century), the grain appears to be an exceptionally peculiar fruit. A careful study of the history of development of the grain, however, shows that essentially there is no marked difference between this fruit and those of other types. The relations of the pericarp to the seed coat is identical with that in other fruits. It is therefore necessary to modify the present definitions of grain.

We shall now adduce evidence in favour of our suggestion.

According to Collins (1), who worked with barley, the tissue of the furrow of a cereal grain can be regarded as an enlarged chalaza.

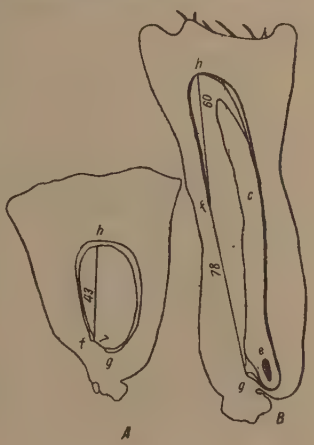


Fig. 1.

Fig. 1 represents longitudinal sections of developing wheat grains: *A*—at a very early stage in the development of the ovary, prior to fertilization, but with the ovule and the embryo sac already formed in it; *B*—5 days later. Fertilization has already taken place, the embryo (*e*) is only beginning to differentiate, but the tissue of the endosperm (*c*) has already attained a considerable size. The entire young wheat fruit has correspondingly grown in size. After fertilization, a phase of very quick growth of the fruit of the cereal sets in accompanied by a vigorous formation of endosperm tissue.

As we see from the section of a young ovary of wheat (*A*) the ovule (anatropal) has, prior to fertilization, a fully normal appearance, proper to many angiosperms. The ovule is attached to the wall of the ovary by a short but quite distinct funicle with well distinguishable placental and chalazal ends.

After fertilization, the young cereal fruit at first grows chiefly in length,

at its basal part. Thus, the distance from the upper edge of the funicle of the ovule before fertilization (Fig. 1, *A*, *f*) to the apex of the ovule (*h*) measures 43 units of length, while in a young fertilized fruit, which has just started to grow, this distance is 60 units (*B*, *fh*).

Consequently, the upper and considerably greater part of the ovule has increased in length during growth by only 17 units of length. At the same time, the space *fg*, representing in the unfertilized ovule the diameter of the funicle, which is almost circular in cross-section, has increased from 7 to 78 units of length, i. e. has shown an increase of 71 units. Owing to such a localization of growth in the young cereal fruit, the funicle of the ovule soon loses the rounded outline of its cross-section, becomes greatly elongated in the direction of the length of the fruit, and fuses with the tissues forming the furrow.

Becoming considerably enlarged in the direction of the fruit's length, the funicle of the grain does not increase its own length at all. Consequently, the funicle, which was very short in the ovule, remains on developing insignificant in height; this becomes especially marked in comparison with the vigorous growth of the body of the funicle along the length of the grain. As a result of the insignificant length (height) of the funicle in the grain, its chalazal and placental areas are not only in close contact with each other, but also fuse into one whole constituting the main mass of the bottom of the furrow.

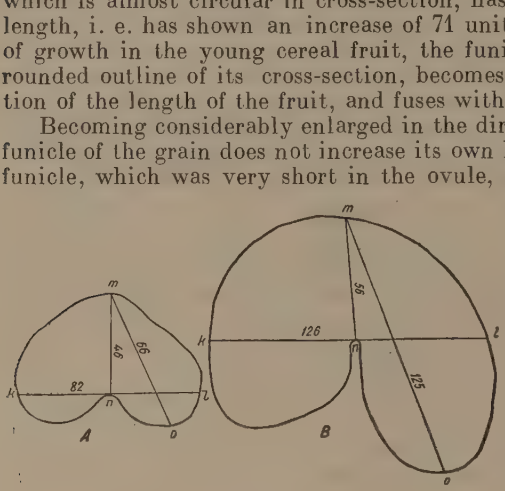


Fig. 2.

From the standpoint of its morphology, the ceral grain does not, therefore, essentially differ from fruits of other types, for in every fruit the pericarp fuses with the spermoderm by means of the funicle, more or less long or short. The only difference consists in the funicle of the ovule in cereals showing a vigorous growth in the direction of the length of the fruit during its formation. This fact is the cause of the morphology of cereal grains being so peculiar.

An examination of a lagre number of various forms of wheat, from wild to highly cultural ones, has shown that the pericarp of the grain fuses with the spermoderm exclusively in the region of the furrow and nowhere else. There only occurs locally an adhesion of the sac-like cells to the outer layers of the transverse cells, on the one side, and to the spermoderm, on the other. But under favourable conditions of growth and ripening, the sac-like cells are present only on the dorsal and partly on the ventral sides of the ripe grain, being quite absent from its sides.

Thus, the grain cannot be considered a fruit of an exceptionally peculiar morphology. It possesses a funicle, and the fusion of the pericarp with the spermoderm occurs exclusively through the medium of that organ. The grain may, therefore, be more correctly defined, in accordance with its morphology, as follows: the grain (caryopsis) is a one-seeded fruit with a short funicle greatly enlarged in width.

Let us now pass to an examination of the growth of the grain during its ripening.

Fig. 2 shows the outline of cross-sections at the middle wheat grains: *A*—at a very early stage, at the beginning of growth and formation; *B*—a fully matured and well ripened grain.

The growth of the grain in width proceeds differently in the various directions. It is least in the region crossed by the line *mn*, connecting the dorsal ridge with the bottom of the furrow, at the place where the analogue of the commissure between the two lobes of the grain is located. In the young grain, the line *mn* measures 46 units of length, while in the mature grain it is 56. Thus the growth along the line connecting the dorsal ridge and the bottom of the furrow gives an increment of 22 per cent of the initial size of the grain. Along the line *kl* (the line of the greatest width of the grain, which lies in the dorsoventral plane), the increase in length attains 54 per cent of the intial dimensions, i. e. the growth in this direction is noticeably greater than in the sagittal plane (along the line *mn*).

But the greatest growth occurs along the line *mo*, connecting the dorsal ridge with the apex of the cheek of the grain lobe. In our figure it amounts to an increase of 88 per cent. The ripe grain figured by us is asymmetrical in the development of its lobes. This is not an infrequent occurrence among highly cultural and well-ripening wheats.

Thus, the least growth of the wheat grain occurs in the region between the dorsal ridge and the bottom of the furrow, and the greatest at the cheeks of the lobes.

It is interesting to note the distribution of the sac-like cells in the mature and well-ripened wheat grain, especially in its middle part. Sac-like cells are present only on the dorsal and partly on the ventral sides (on the latter, exclusively in the region of the furrow). There are no sac-like cells on the sides of the grain.

Up till now the sac-like cells were considered to be the internal epidermis of the pericarp (endocarp). But the investigations of Alexandrov and Jakovlev (1937)* have shown the sac-like cells to be the remains of the outer layer of the external coat of the ovule. The cells of the inner layer of the external integument of wheat begin to degenerate and disintegrate already prior to fertilization, and only the outer layer remains. Soon after the fertilized grain has started growing, the cells of that outer layer cease to develop, lose their living contents, become woody and turn into sac-like cells. On the sides of the young grain they likewise disappear. When the grain grows in width and the cheeks forming its sides swell out, naturally there cannot be any sac-like cells on its lateral sides. Before growth (ripening) the sac-like cells are already dead.

Received
8. X. 1937.

REFERENCES

[1] Collins, Annals of Botany, **32**, 381—414 (1918).

* The drawings have been taken (in the main) from this work.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 7

EXPERIMENTELLE ZOOLOGIE

DIE MORPHOGENETISCHE AKTIVITÄT DER VERSCHIEDENEN TEILE DER HYPOPHYSE

IX. ÜBER DIE GONADOTROPE WIRKUNG DER SUBSTANZ AUS DER «BASOPHILEN ZONE» DES HYPOPHYSEVORDERLAPPENS

Von A. A. VOITKEVIČ (WOITKEWITSCH)

(Vorgelegt von I. I. Schmalhausen, Mitglied der Akademie, d. 8. X. 1937)

In der vorhergehenden Mitteilung wurden die Veränderungen beschrieben, welche in der Schilddrüse der Tauben bei Implantierung der basophilen Elemente des Hypophysevorderlappens beobachtet werden. Ausser dem klar ausgedrückten Thyreotropen-Effekt wurde auch eine gonadotrope Wirkung bemerkt (Gewichtsvergrösserung der Gonaden, zweimal, im Vergleich zur Kontrolle). Parallele Versuche mit Implantierung der eosinophilen Elemente zeigten, dass dieser Teil des Hypophysevorderlappens eine solche Wirkung nicht ausübt. Die vorliegende Mitteilung ist den weiteren Versuchen in dieser Richtung gewidmet. Als Versuchsobjekt in dieser Arbeit dienten Säugetiere, welche gewöhnlich als Material für die Erforschung wie der gonadotropen als auch thyreotropen Funktion des Hypophysevorderlappens ausgenützt werden.

In den bekannten Versuchen von Zondek und Aschheim ([12]—[20]) wurde die Hervorrufung der vorzeitigen Geschlechtsreife durch die Implantierung von Hypophysegewebestückchen des Vorderlappens bei geschlechtlich-unreifen Mäuseweibchen erzielt. In den Versuchen von Voss und Loewe ([14]) wurde die Beschleunigung der Entwicklung der Geschlechtsdrüsen bei denselben Verhältnissen an jungen Mäusemännchen beobachtet. Evans und Simpson ([5]), Steinach and Kun ([13]) erhielten analoge Resultate mit Injektion von Extrakten aus dem Hypophysevorderlappen an jungen Ratten. In mehreren nachfolgenden Arbeiten wurden diese Resultate bestätigt.

Ausserdem, haben Evans und Long in früheren Arbeiten ([3], [4]) bei der Injektion von Extrakt aus dem Hypophysevorderlappen jungen Ratten die Stimulierung des Gesamtwachstums der Tiere beobachtet, welche durch Hemmung der Ovolation begleitet war. Somit sehen wir, dass an Säugetieren ebenso wiedersprechende Angaben erhalten wurden, wie auch in bezug auf den Einfluss des Hypophysevorderlappens auf das Wachstum und die Metamorphose der Amphibien (siehe die I. Mitteilung). Später, nachdem es gelungen war, den Extrakt aus der Hypophyse mit Hilfe biochemischer und biologischer Methoden [Evans und Simpson ([6],[7])] zu differenzieren, kamen genannte Autoren zu dem Schluss, dass in dem Hypophysevorderlappen zwei selbständige Hormone vorhanden sind, wobei durch das eine das Wachstum stimu-

liert und durch das andere die Entwicklung der Gonaden aktiviert wird. In einer Reihe weiterer Untersuchungen gelang es, die Voraussetzung wahrscheinlich zu machen, dass das gonadotrope Hormon von den basophilen Elementen des Vorderlappens ausgearbeitet wird.

So wird auch bei Kastration, gleichzeitig mit dem Erscheinen hypertrophierter basophiler Zellen oder mit der Vermehrung der Zahl derselben, die gonadotrope Wirkung der Hypophyse verstärkt [Smith, Severinghaus und Leonard ([12]) u. a.]*. Aber bei der Einführung von Geschlechtshormonen werden bei den Kastraten die normale Verhältnisse wieder hergestellt. Eine Reihe anderer Angaben sprechen ebenfalls zugunsten der Voraussetzung, dass das gonadotrope Hormon von den basophilen Zellen sezerniert wird. Dieser Umstand veranlasste auch uns die genannte Voraussetzung direkt im Experiment nachzuprüfen, indem wir isoliert die einzelne Zellenelemente der Hypophyse implantierten mit Beobachtung ihrer gonadotropen Aktivität.

Da uns solche Arbeiten nicht bekannt sind und um unsere früheren Untersuchungen an Amphibien und Vögeln weiter zu vervollständigen, haben wir analoge Versuche an Säugetieren unternommen, deren Resultate in der vorliegenden Arbeit mitgeteilt werden.

In der ersten Versuchsgruppe wurden infantile Mäuseweibchen mit einem Mittelgewicht von 9.5 g ausgenützt. Die eine Serie bestand aus Tieren, denen in die Bauchhöle Stückchen (Gewicht 20 mg) aus der «basophilen Zone» des Hypophysevorderlappens von Rindern implantiert wurden; in der zweiten Serie wurde auf ähnliche Weise die Substanz aus der «eosinophilen Zone» geprüft. Die dritte Serie diente als Kontrolle. Jede Serie bestand aus 8 Tieren.

Vier Tage nach der Implantierung wurden die Tiere seziert. Die Gewichtsbestimmung des Eierstocks und des Uterus zeigte folgende mittlere Resultate (in mg):

	Eierstock (in mg)	Uterus (in mg)
Kontrolle	4.2	15.0
«Eosinophile Zone»	2.9	12.1
«Basophile Zone»	7.1	53.0

Bei der Einführung der Substanz aus der «basophilen Zone» zeigte sich ein klarer Gonadotropeneffekt: oestrus, das Eierstockgewicht im Zusammenhang mit der Hyperämie und der Beschleunigung der Follikelentwicklung, ist zweimal vergrössert, die Blutanhäufung wird klar bemerkt, das Gewicht des Uterus ist einigemal vergrössert.

Bei Implantation der «eosinophilen Zone» bestehen keine Unterschiede im Vergleich zur Kontrolle; es kann sogar eine gewisse Depression des Geschlechtssystems beobachtet werden.

In einer anderen Versuchsgruppe wurden junge Ratten ausgenützt (Mittelgewicht 50 g, 5 Tiere je Serie). Das Gewicht des Implantats war 70 mg, die Versuchsdauer—12 Tage, während welcher die Überpflanzung zweimal vorgenommen wurde. Die Resultate der Gewichtsbestimmung des Eierstocks und des Uterus zeigten folgende Daten:

	Eierstock (in mg)	Uterus (in mg)
Kontrolle	8.3	20.5
«Eosinophile Zone»	8.6	48.8
«Basophile Zone»	11.9	93.5

Diese Angaben bestätigen im allgemeinen diejenigen, welche an Mäusen erhalten wurden. Bei der Implantation der basophilen Elemente ist eine

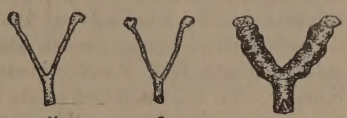
* Ellison und Wolf ([2]) und Severinghaus ([12]) konnten, indem sie die Methode der Zählung der Zellenelemente an histologischen Präparaten des Hypophysevorderlappens anwandten, bei Kastraten die Entstehung der Kastratzellen aus den basophilen feststellen-

starke Vergrösserung des Eierstocks und des Uterus zu bemerken, mikroskopisch lässt sich die oestrus-Phase feststellen. Einige Stimuliation der Entwicklung des Uterus, welche bei der Implantation der eosinophilen Elemente beobahtet wird, kann dadurch erklärt werden, dass in dem Implantat eine kleine Menge basophiler Elemente vorhanden ist. Analoge Versuche an Rattenmännchen (dasselbe Alter) zeigten negative Resultate.

Die dritte Versuchsgruppe wurde an Meerschweinchen unternommen, welche, wie bekannt, ein klassiches Testobjekt bei der Prüfung der thyreotropen Aktivität des Hypophysevorderlappens vorstellen.

Die Methodik dieser Versuche war dieselbe, wie die vorhergehende. Das Gewicht der Tiere betrug 250—280 g, das Gewicht des Implantats war 200 mg, das Implantat wurde in die Rückenmuskeln überpflanzt, die Versuchsdauer war 4 Tage. Die Angaben über das Gewicht der Schilddrüse, die Epithelhöhe der Follikeln zeigten folgende Mittelzahlen:

	Gewicht eines Drüsenlappens in mg	Epithelhöhe in Mikronen
Kontrolle	16.0	4.22
«Eosinophile Zone» . .	16.2	4.94
«Basophile Zone» . . .	24.5	7.25



Der Einfluss der verschiedenen «Zonen» des Hypophysevorderlappens auf die Entwicklung des Geschlechtssystems von infantilen Mäusen (♀♀). *K*—Uterus der Kontrolltiere, *E*—Implantierung «eosinophiler Zone», *B*—Implantierung «basophiler Zone».

Bei der Implantation der basophilen Elemente ist der thyreotrope Effekt klar zu bemerken: das Gewicht der Drüse steigt, das mikroskopische Bild weist auf einen hyperfunktionellen Zustand der Drüse hin. Die «eosinophile Zone» zeigt keinen Unterschied im Vergleich zu der Kontrolle.

Gleichzeitig mit der thyreotropen Wirkung konnte bei der Implantation der «basophilen Zone» bei den Meerschweinchen auch ein gonadotroper Effekt festgestellt werden, d. h. eine Vergrösserung der Gonaden und des Uterus:

	Eierstock (in mg)	Uterus (in mg)
Kontrolle	22.5	301.0
«Eosinophile Zone»	16.2	283.0
«Basophile Zone»	29.5	675.0

Auf Grund der Resultate aller angeführten Versuche können wir behaupten, dass die basophilen Zellen des Hypophysevorderlappens das morphologische Substrat sind, mit welchem die Bildung des gonadotropen so wie auch des thyreotropen Hormons im Zusammenhang steht. Es ist charackteristisch, dass bei der Kastration und bei der Thyreoidektomie die Struktur des Vorderlappens sich in der einen Richtung verändert; es wird eine Hypertrophie der basophilen Elemente oder eine Vermehrung der Zahl derselben beobachtet. Anderseits zeigte Loeser ([10]), dass bei der Kastration, ausser der Erhöhung des Gehalts an gonadotropem Hormon, auch eine Verstärkung der thyreotropen Wirkung festgestellt werden kann. Bei der Beurteilung aller dieser Tatsachen entsteht die Frage: werden von den basophilen Elementen zwei Hormone ausgearbeitet, oder haben wir es mit einem Hormon zu tun, dessen verschiedene Wirkung von den Eigenschaften des «reagierenden Gewebes» abhängt. Die Lösung dieser Frage wird noch sehr durch den engen Zusammenhang zwischen den einzelnen Komponenten des endokrinen Systems erschwert. Es ist auch nicht ausgeschlossen, dass in unserem Fall der gonadotrope Effekt eine sekundäre Erscheinung ist, welche von der Aktivierung der Schilddrüse

abhängt, da ja schon bekannt ist, dass das Schilddrüsehormon bei geringer Konzentration die Entwicklung der Geschlechtsdrüsen stimuliert [Jaap[8]), Aron und Benoit ([1]), Larionov ([9])].

Wir wollen jetzt noch auf eine weitere Analyse der Frage über den Mechanismus der Wirkung der Hormone der basophilen Elemente verzichten, im gegebenen Moment können wir nur mit Bestimmtheit das Vorhandensein und wahrscheinlich auch die Bildung in den basophilen Zellen sowie des gonadostimulierenden, als auch des thyreotropen Hormons behaupten. Währenddess ist aber auch ohne Zweifel, dass die eosinophilen Elemente eine solche Wirkung nicht realisieren.

In einer Arbeit von Evans und Long ([4]) wurde bemerkt, dass bei der Einführung des gewöhnlichen Extrakts aus dem Hypophysevorderlappen, welcher stimulierenden Einfluss auf das Wachstum der Tiere ausübt, die Hemmung der Gonadenentwicklung beobachtet wurde. Die histologische Analyse des Eierstocks zeigte das Vorhandensein einer grossen Menge vergrösserter gelber Körper. Es ist auch bekannt, dass zwischen der Wirkung des luteïnesierenden Hormons und dem Hormon, welches die Reifung der Follikeln hervorruft, ein Antagonismus besteht.

Laboratorium für Entwicklungsmechanik.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 15. IX. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] M. Aron 9 J. Benoit C. R. Soc. Biol. Paris, **116** (1934). [2] Ellison a. Wolf, Endocrin., **18** (1934). [3] H. Evans a. J. Long, Anat. Rec., **21** (1921). [4] H. Evans a. J. Long, Proc. Nat. Acad. Scien. Wash., **8** (1922). [5] H. Evans a. M. Simpson, Anat. Rec., **32** (1926). [6] H. Evans a. M. Simpson, Anat. Rec., **35** (1927). [7] H. Evans a. M. Simpson, Journ. Am. med. Ass., **91** (1928). [8] R. Jaap, Poultry Scien., **5** (1933). [9] Б. Ларионов, Тр. Ин-та морфогенеза, **5** (1936). [10] A. Loeser, Klin. Wchschr., **1** (1935). [11] A. Severinghaus, Anat. Rec., **57** (1933). [12] Ph. Smith, A. Severinghaus a. Leonard, Anat. Rec., **57** (1933). [13] E. Steiuach u. H. Kun, Med. Klin., **24** (1928). [14] H. Voss u. S. Loewe, Pflügers Arch., **219** (1928). [15] B. Zondek u. S. Aschheim, Klin. Wchschr., **5** (1928). [16] B. Zondek u. S. Aschheim, ZS. Geburtsh. Gynäkol., **10** (1926). [17] B. Zondek u. S. Aschheim, Klin. Wchschr., **6** (1937). [18] B. Zondek u. S. Aschheim, Arch. f. Gynäk. **130** (1927). [19] B. Zondek u. S. Ascheim, Klin. Wchschr., **7** (1928). [20] B. Zondek u. S. Aschheim, Endokrinologie, **1** (1928).